

Forsøg paa en Forklaring

af

Synsvinklens Indflydelse paa Opfattelsen af Lys og Farve

ved direkte Syn

af

Alfr. Lehmann,

Dr. phil.

Med en Tavle.

Avec un Résumé en français.

Vidensk. Selsk. Skr., 6. Række, naturvidenskabelig og matematisk Afd. I. 11.

Kjøbenhavn.

Bianco Lunos Kgl. Hof-Bogtrykkeri.

1885.

Indhold.

	Pag.
1. Indledning	5.
2. Irradiationens Love	13.
3. Irradiationens Indflydelse paa farveløse Objekters Synlighed	31.
4. Farvernes Lysningsvariationer og disses Indflydelse paa Farveopfattelsen	39.
5. Résumé	47.



Indledning.

Det er en i det daglige Liv hyppig gjort Erfaring, at Synsvinklen har en betydelig Indflydelse ved Opfattelsen af Lysforskjelle. Anbringer man en sort Plet paa et Ark hvidt Papir, saa vil man ved en given Belysning finde en bestemt Grænse for den Afstand, i hvilken man endnu er i Stand til at opdage Pletten; fjærner man sig endnu mere, forsvinder den fuldstændig. Men forøges nu Belysningen paa Papiret, træder Pletten atter frem, saa at man paany kan fjærne sig noget, inden den forsvinder, og saaledes kan man fortsætte i længere Tid. Hver Gang Afstanden er bleven for stor, altsaa Synsvinklen for lille, vil en Forøgelse af Belysningen atter gjøre Pletten synlig. Heraf uddrog Førster den Sætning: «Gesichtswinkel und Helligkeit ergänzen sich gegenseitig»¹⁾. Noget aldeles tilsvarende gjælder for Farveopfattelsen; ved en given Lysstyrke vil man ikke være i Stand til at opfatte en Gjenstands Farve udover en vis Afstand. Plateau er, saa vidt vides, den første, der har anstillet bestemte Maalinger af den Synsvinkel, under hvilken farvede Gjenstande forsvinde. Han befæstede smaa Kvadrater med 1^{cm} Side af forskjellig farvede Papirer paa en sort Tavle og fjærkede sig fra dem, indtil Kvadraterne viste sig som «små næppe synlige Skyer». Et Par Skridt længere tilbage forsvandt de fuldstændig, og dette Sted lagde han til Grund for Beregningen af Synsvinklen. Denne viste sig nu at være desto mindre, jo stærkere Belysningen var. I én Forsøgsrække vare nemlig de farvede Kvadrater beskinnede af Solen, i en anden stode de i Skygge, og Plateau fandt²⁾:

I Skyggen forsvandt:

hvidt ved 18", gult ved 19", rødt ved 31", blaat ved 42" Synsvinkel,
derimod i Sollys:

hvidt ved 12", gult ved 13", rødt ved 23", blaat ved 26" Synsvinkel.

¹⁾ Ueber Hemeralopie. Breslau 1857.

²⁾ Pogg. Ann. Bd. 20, 1830, pag. 328.

Med fuld Føje indvender Aubert¹⁾ mod disse Forsøg, at Plateau slet ikke har bestemt den Synsvinkel, ved hvilken Farvefornemmelsen ophører, men derimod den Vinkel, ved hvilken et farvet Objekt overhovedet ophører at være synligt. Da en lys Gjenstand altid ses lettere mod en mørk end mod en lys Baggrund, saa maa de farvede Kvadraters Lysning (Helligkeit, Intensität) ved Plateaus Bestemmelser spille en væsenligere Rolle end deres Farvetone, og vi se da ogsaa af de anførte Tal, at Kvadraterne forsvinde i Afstande, der ere desto større, jo større Lysningen er. Hvis Plateau havde anbragt sine Kvadrater paa hvid i Stedet for paa sort Grund, saa vilde, som man let kan overbevise sig om ved et Forsøg, Rækkefølgen netop være bleven den omvendte. Det hvide vilde strax være forsvunden, medens det blaa som det mørkeste vilde have været synligt i den største Afstand. Vi lære altsaa af disse Forsøg egenlig ikke noget om vor Evne til at opfatte de forskjellige Farvetoner paa Afstand.

For virkelig at bestemme den Synsvinkel, ved hvilken en Gjenstands Farve endnu lader sig opfatte, anstillede Aubert flere Forsøgsrækker. Han brugte ligesom Plateau farvede Kvadrater, som han anbragte dels paa sort dels paa hvid Grund. Kvadraterne havde i en Forsøgsrække 10^{mm}, i en anden kun 2^{mm} Side, og i det ene Tilfælde betragtede han dem uden at holde Dagslyset borte fra Øjnene, i det andet havde han en sort Maske for Ansigtet. De forskjellige Metoder gavede overensstemmende Resultater, men det viste sig dog her, som det var at vente, at Baggrundens Beskaffenhed havde megen Indflydelse paa de fundne Synsvinkler; der viste sig stor Uoverensstemmelse mellem de for samme Farve bestemte Værdier, eftersom Baggrunden havde været sort eller hvid. Dog gik det ikke saaledes, at de lyse Farver opfattedes bedst paa mørk, de mørke bedst paa lys Grund. Aubert brugte den Fremgangsmaade, at han fra et fjærnt Punkt, hvor Kvadraterne slet ikke var synlige, langsomt nærmede sig til dem, og efterhaanden noterede de Afstande, i hvilke de forskjellige Kvadrater netop saas farvede. Han iagttog herved, at Kontrasten mellem Pigmentet og Baggrunden gjorde sig gjældende paa to Maader. Var Kontrasten ringe, saa varede det længe, inden Farven blev synlig, idet selve Kvadratet da ikke lod sig skjelve fra Baggrunden. Dette var f. Eks. Tilfældet med blaat paa sort og gult paa hvid Grund; i begge disse Tilfælde krævedes der en stor Synsvinkel for at opfatte Farven. Hvis Kontrasten derimod var stor, viste Pigmentet sig efter Omstændighederne næsten som sort eller hvidt, saa at der ogsaa af denne Aarsag krævedes en stor Synsvinkel for at opfatte Farven. Det var Tilfældet med blaat og brunt paa hvid Grund²⁾. Aubert siger derfor selv, at hans Bestemmelser kun kunde blive en Slags Brutto-Vurderinger af Evnen til at opfatte Farverne; til en Netto-Bestemmelse vilde der kræves, at Kontrasten mellem Pigmentet og Baggrunden blev udjævnet eller ophævet. Man maatte dertil anvende Pigmenter, der alle havde samme Lysning, og

¹⁾ Physiologie der Netzhaut, Breslau 1865, pag. 109.

²⁾ Phys. der Netzhaut, pag. 112.

disse maatte ses mod en Baggrund af samme Lysning som deres egen. Men naar man fremstillede saadanne Pigmenter, vilde Forholdet mellem deres Farvefyldte (Mætningsgrad, Sättigung, Reinheit) ganske forrykkes. Thi for eksempelvis at skaffe sig et gult Pigment af samme Lysning som et givet rødt, maatte man, da de gule Straaler gjøre et stærkere Lysindtryk end de røde, sætte et sort Pigment til det gule, men derved bliver dette aabenbart meget mindre farvefyldigt, mindre «spektralt», end hint, og man vilde i saa Fald være lige nær, da der af denne Aarsag vilde blive en Fejl ved Bestemmelserne, som ikke lod sig tage i Beregning. Til en exakt, af alle fremmede Forhold uafhængig Bestemmelse af den Synsvinkel, ved hvilken Farverne netop lade sig opfatte, vilde derfor kræves, at man havde Pigmenter af samme Farvefyldte og Lysning. «Men saadanne findes ikke,» siger Aubert, «og derfor er den exakte Bestemmelse umulig.» Hvorvidt nu denne Paastand er ganske korrekt, skulle vi strax undersøge.

Af de omtalte Forsøg uddrager Aubert, idet han ved Hjælp af sine forskjellige Forsøgsrækker søger at vurdere og derigjennem saa vidt muligt at eliminere Baggrundens Indflydelse, det Resultat, at orange er den af alle Farver, der lader sig opfatte under den mindste Synsvinkel. Derefter følge de andre i følgende Orden: gult, rødt, grønt, cyanblaat og blaat. Herved maa dog mærkes, at de farvede Objekter vel blive synlige som farvede i den nævnte Orden, men ingenlunde i deres rette Farvetone; en Opdagelse, som Aubert har Æren af først at have gjort. Orange viste sig saaledes paa sort Grund rødt ved 39" Synsvinkel, og først ved 59" Synsvinkel traadte det frem som orange. Grønt viste sig ved 1' 8" paa sort Grund blaaligt, saa at det ikke kunde skjernes fra lyst blaat, og først ved 1' 49" saas det tydeligt grønt. Lyst blaat forandrede ikke Farvetone; paa hvid Grund viste det sig først sort og blev ved voxende Synsvinkel lysere og lysere. For rødt findes ingen Angivelser hos Aubert, og jeg har ikke kunnet iagttage nogen Farveforandring ved denne Farvetone, idet den paa hvid Grund kun viser sig noget mørkere, rødbrun, ved en lille Synsvinkel, og derefter bliver den ligesom blaat stadig lysere og lysere. Derimod har jeg for ultramarinblaat iagttaget en meget karakteristisk Forandring. Paa hvid Grund ses det først sort, spiller derpaa stærkt over i violet og fremtræder endelig i sin rette Tone. Ganske mærkelige ere ogsaa de Forandringer, som Aubert angiver for rosa, d. e. lyst purpur, paa hvid Grund. Ved 39" er det graat, ved 59" gult, 1' 8" guldgult, 1' 23" lyst rødliggult, 2' 8" rødlig gult og endelig ved 3' 47" tydelig rosa.

Alle disse Bestemmelser, saavel hvad Ordenen for de forskjellige Farvetoners Synlighed som ogsaa hvad Farvetonernes Forandringer angaa, lide naturligvis, som Aubert selv indrømmer, af den Mangel, at vi ikke ere i Stand til at afgjøre, hvilken Indflydelse der maa tilskrives den formindskede Synsvinkel, og hvad der hidrører fra Kontrasten mod Grunden. For fuldstændig at kunne eliminere denne sidste, har Ole Bull i den seneste Tid optaget Auberts Tanke og forsøgt at fremstille Pigmenter af forskjellig Farvetone

men med samme Lysning og Farvefylde. I og for sig synes dette ikke at kunne være forbundet med nogen særlig Vanskelighed. Vi kunne, for at holde os til vort tidligere Exempel, sætte saa meget af et sort Pigment til et gult, at Blandingen viser sig lige saa mørk som et forelagt rødt Farvestof. Af hvidt og sort kunne vi derefter fremstille et graat, der har samme Lysning som det røde og det blandede gule. Føje vi nu noget af dette graa til det røde, saa vil Lysningen ikke kunne forandres, fordi de to i Forvejen ere lige lyse, men derimod formindskes Farvefylden, og det synes altsaa, at man maa kunne afpasse Blandingsforholdene saaledes, at rødt + graat faar samme Farvefylde som gult + sort. Naar dette er opnaaet, saa har man jo virkelig et gult og et rødt Pigment, der baade have samme Farvefylde og samme Lysning. Spørgsmaalet bliver nu blot, hvorledes man skal overbevise sig om at have naaet samme Farvefylde. Deri ligger egenlig den største Vanskelighed, thi da man ikke har nogen objektiv Maalestok for Farvefylden, bliver Bestemmelsen en ren Skjønssag. Det gaar hermed ligesom med Afgjørelsen af, om to Farver ere lige lyse. Saalænge de have samme Farvetone, er det overmaade let, men ere Farvetonerne forskellige, saa kan man variere deres Lysninger endog indenfor temmelig vide Grænser, uden at det er muligt at fælde en bestemt Dom om, hvilken af dem der er den lyseste. Vi skulle senere se meget tydelige Beviser herpaa. Men en Vurdering er dog altid mulig, og selv mellem forskellige Individuers Bestemmelser vil der kun undtagelsesvis vise sig store Afvigelser. For Farvefyldernes Vedkommende stiller Forholdet sig imidlertid endnu ugunstigere, saasnart man har med forskellige Farvetoner at gjøre. Men da vi nu engang ikke have nogen anden Maalestok for Farvefylden end selve Fornemmelsen, saa maa man altsaa sige, at to Farvetoner have samme Farvefylde, saasnart et øvet Øje ikke er i Stand til at opdage nogen væsenlig Afvigelse. Theoretisk set er Sagen altsaa temmelig simpel; at den praktiske Fremstilling af Pigmenter med samme Farvefylde og Lysning er forbunden med store Vanskeligheder, ligger nærmest i Farvestoffernes ejendommelige Natur. Bulls Redegjørelse¹⁾ for det omhyggelige Arbejde, hvis Resultat er forelagt i hans chromatoptometriske Tavle²⁾, viser dog tydelig, at der ikke er sparet nogen Anstrængelse for at overvinde de Hindringer, der overalt taarnede sig op om ham. Tavlen indeholder paa sort Grund 8 parvis komplementære Farvetoner af samme Lysning og Farvefylde, og hver af disse er varieret gennem 9 Grader af Farvefylde, og den frembyder saaledes utvivlsomt et fortrinligt Materiale til Undersøgelser over Farvernes fysiologiske Forhold.

Med denne Tavle har Bull taget fat der, hvor Aubert maatte standse, fordi han ikke indsaa Muligheden af praktisk at komme videre. I en af sine Forsøgsrækker betragtede Bull 1 □^{cm} af de omtalte Pigmenter paa sort Grund dels alene, dels sammenstillet med et

¹⁾ Studien über Licht u. Farbensinne. Graefes Archiv Bd. 27. I. 1881, pag. 54—154.

²⁾ Christiania 1882.

graat Kvadrat af samme Størrelse og Lysning og endelig sammenstillet med alle de øvrige Farver, og han bestemte de Afstande, i hvilke Farveførmelsen under disse forskjellige Forhold hørte op. Middeltallene af Forsøgene ere:

rødt 28,5^m, blaat 25^m, gult 13,6^m, grønt 12,6^m,

hvilke give følgende Synsvinkler:

rødt 1' 13'', blaat 1' 23'', gult 2' 32'', grønt 2' 54''.

Sammenholdes dette Resultat med Auberts, saa ses de to at være saa totalt forskellige, at der ikke kan være Tvivl om, at det langtfræ er lykkedes Aubert at eliminere Kontrastens Indflydelse. At vi her kun skulde have med individuelle Forskjelle at gjøre, kan der ikke være Tale om. Jeg har prøvet flere Individuer efter Auberts Fremgangsmaade og fundet, at de absolute Afstande, i hvilke Farveopfattelsen begynder, ere meget forskellige for de forskellige Personer, hvilket var at vente, men Ordenen, i hvilken Farverne blive synlige, er næsten ens for alle. Individuelle Afvigelser synes derefter ikke i nogen væsenlig Grad at gjøre sig gjældende paa dette Omraade. Vi kunne derfor betragte den af Bull for Farvernes Synlighed angivne Rækkefølge som en for alle normale Øjne gjældende. Denne Opfattelse støttes ved nogle ad ganske anden Vej udførte Forsøg. Thi den Omstændighed, at Farverne blive synlige eller ophøre at være synlige under saa meget forskellige Synsvinkler, kan kun forklares ved at antage store Differenser i Nethindens Modtagelighed for Paavirkning af de forskellige Farvestraaler. Og vi maa da antage, at Modtageligheden er størst for rødt, mindre for blaat og gult, mindst for grønt. Men denne Rækkefølge stemmer i et og alt overens med den, som Kunkel har fundet ved Bestemmelsen af den Tid, der medgaar, for at Nethindens Paavirkning af de forskellige Farvestraaler skal naa sit Maximum.

Bull finder i Overensstemmelse med Aubert, at nogle Pigmenter først opfattes i en falsk Farvetone. Grønt er først blaat; rosa, selv om det hælder stærkt til violet, opfattes i Begyndelsen som gult. «Diese höchst räthselhafte Verwandlung der Farbentöne», som Bull kalder Fænomenet¹⁾, skulle vi imidlertid i det følgende søge at forklare lige saa vel som de andre herhen hørende Forhold.

Ved de hidtil omtalte Forsøg have vi ikke taget Hensyn til Belysningens Styrke; den er forudsat konstant under hver enkelt Række af lagttagelser. Dette er af stor Vigtighed, idet Aubert nemlig har konstateret, at ogsaa for Farveopfattelsen staar Synsvinklen og Belysningens Styrke i omvendt Forhold til hinanden. En virkelig Proportionalitet finder dog ikke Sted, hvilket følgende Forsøg²⁾ viser. — I et mørkt Værelse blev Lyset indladt gjennem en kvadratisk Aabning af foranderlig Størrelse, som nøjagtig kunde maales, saa at

¹⁾ o. a. Skr. pag. 126.

²⁾ Phys. d. Netzhaut, pag. 130.

den indfaldende Lysmængde lod sig bestemme. Paa en sort Skjærm, opstillet parallel med Aabningen, var der befæstet røde og blaa Kvadrater, der iagttoges under forskellige Synsvinkler, og Forsøgene gik nu ud paa at bestemme den Lysstyrke, som krævedes til netop at gjøre Farven synlig under de forskellige Synsvinkler. Det viste sig herved, at den nødvendige Lysstyrke var for samme Synsvinkel forskjellig for rødt og blaat, og et simpelt Forhold mellem Synsvinkel og Lysstyrke for de enkelte Farver gav Forsøget heller ikke, hvilket fremgaar af nedenstaaende Tabel:

Synsvinkel.	Lysstyrke.	
	rødt.	blaat.
1° 13' 22"	1	1
36' 41"	1,56	1,96
18' 20"	2,89	3,81
9' 10"	6	7,84
6' 53"	. . .	25
4' 35"	11,38	. . .
2' 17"	25	. . .

Med de her i Korthed fremstillede Iagttagelser er sagt saa godt som alt, hvad vi erfaringsmæssig vide om Synsvinklens Indflydelse paa Apperceptionen af Lys og Farve. En nærmere formuleret Lov om det Forhold mellem Synsvinkel og Belysningsstyrke, som er nødvendigt, for at en Lys- eller Farvefølelse netop skal opstaa, er aldrig fremsat¹⁾, og det turde vel anses som Grunden til, at man her befinder sig i det indenfor den fysiologiske Optiks Grænser næsten ukjendte Tilfælde kun at have en eneste hypothetisk Forklaring af det i og for sig ret mærkelige Fænomen, at Synsvinkel og Belysningsstyrke gjensidig kunne erstatte hinanden. Og denne Hypothese er tilmed af dens Ophavsmand, Aubert, erklæret for utilstrækkelig. Aubert siger selv herom: «Ich hatte früher auf Grund unzureichender Beobachtungen vermuthet, dass Beleuchtungsintensität und Gesichtswinkel einfach reciprok wären — woraus gefolgt sein würde, dass eine gewisse Summe farbiges Strahlen auf die Netzhaut fallen müsste, um eine Farbenempfindung hervorzurufen, es aber gleichültig wäre, ob diese Summe auf einen grösseren oder kleineren Raum vertheilt würde. Eine Ausdehnung der Versuche (jvnf. ovenstaaende Tabel) hat aber ergeben, dass wenigstens für Pigmente ein solches Verhältniss nicht besteht, sondern dass die Relation zwischen Gesichtswinkel und Helligkeit complicirter ist»²⁾. Hvis nemlig Synsvinkel og Belysningsstyrke simpelthen vare reciproke, saa skulde jo en Forøgelse af Belysningen fra 1 til 25 medføre en Formindskelse af Synsvinklen fra 1 til $\frac{1}{25}$, men

¹⁾ De forskjellige Forsøg paa at finde en saadan, som i Tidens Løb ere gjorte, skulle nedenfor blive omtalte.

²⁾ Phys. d. Netzhaut, pag. 129.

Forsøgene viste, at Synsvinklen for rødt formindskedes til $\frac{1}{32}$, for blaat derimod kun til $\frac{1}{11}$. Denne Afvigelse mener Aubert dog at kunne forklare, idet han nemlig havde iagttaget, at blaat set under en lille Synsvinkel paa sort Grund i almindeligt Dagslys var næsten ganske sort, hvorimod det ved formindsket Belysning syntes betydeligt lysere end den mørke Grund, og det omvendte var Tilfældet med rødt. Ved stor og ringe Belysningsstyrke maatte følgende de to Farver danne meget forskellige Kontraster mod Baggrunden, og da Kontrasten er af væsenlig Betydning for en Farves Synlighed, lod Afgivelsen mellem rødt og blaat sig forklare derved. Thi ved den laveste Belysning, hvor Synsvinklen er ens for begge Farver, danner rødt, der ses næsten sort, saa godt som ingen Kontrast mod Grunden, medens denne har en kjendelig Størrelse for det relativt lyse blaa. Idet nu Belysningen voxer, bliver rødt lysere, danner derved stadig stærkere Kontrast og bliver følgelig ogsaa lettere synlig, d. v. s., at det bliver synligt under mindre Synsvinkler, end Tilfældet vilde være, saafremt Loven om det reciproke Forhold mellem Belysning og Synsvinkel gjaldt uden Indskrænkning. Omvendt med blaat; det bliver stadig ved voxende Belysning mørkere i Forhold til Grunden, danner altsaa mindre Kontrast mod denne, hvorfor der vil kræves relativt større Synsvinkler for at opfatte Farven. Men hvis Auberts Antagelse er rigtig, at Synsvinkel og Belysningsstyrke ere reciproke, og at de Afvigelser fra Loven, som vise sig, kunne forklares ved Farvernes Lysningsændringer, saa maa man vente, at Loven experimentalt kan paavises i al Fald med stor Tilnærmelse, naar man paa en eller anden Maade kan forhindre, at Kontrasten mellem Farve og Grund kan forandre sig. Det vil dog ikke være let. Thi hvis man f. Ex. vilde undgaa Kontrasten ved at anbringe det farvede Objekt paa graa Grund af samme Lysning som Farven, saa vilde en Forandring af Belysningen ogsaa fremkalde en Ændring i Farvens Lysning, og en Kontrast mod Grunden vilde følgelig opstaa. En anden Udvej vilde være den, at man ved Forsøgene ikke varierede Belysningen udover visse Grænser, men holdt sig omtrent til Styrken af almindeligt Dagslys. Det er nemlig bekjendt, at Farvernes Lysningsændringer nærmest foregaa ved extreme Belysninger, og naar man altsaa blot undgik dem, kunde man vente at finde Loven tilnærmelsesvis bekræftet. Sikrest bliver det dog i Stedet for farvede at bruge hvide Objekter og simpelthen at bestemme Grænsen for deres Synlighed. Thi det er indlysende, at hvis Auberts Sætning gjælder for Opfattelsen af Farve, saa maa den ogsaa gjælde for Opfattelsen af Lys; der vil ikke kunne paavises noget Faktum, som kan berettige os til at hævde den i det ene Tilfælde og benægte dens Gyldighed i det andet.

Flere Forsøgsrækker af denne Art foreligge, men nogen bestemt Slutning lader sig neppe uddrage af dem, da de forskellige Resultater ere indbyrdes stridende. Den ældste Undersøgelse skyldes, saa vidt vides, T. Mayer¹⁾. Han finder Loven:

¹⁾ Fechner: Psychophysik I, pag. 281.

$s = n\sqrt[3]{a}$, hvor s er Øjets, a Lyskildens Afstand fra Objektet, medens n er et af Forsøgsomstændighederne afhængigt Tal. Twining¹⁾ derimod finder Loven: $a - a_1 = K \frac{s}{s_1}$, hvor a og a_1 , s og s_1 have samme Betydning som i Mayers Formel; K er en konstant. I den nyeste Tid har Ricco²⁾ anstillet en Undersøgelse med det Resultat, at $sa = s_1 a_1$ udtrykker Afhængighedsforholdet mellem Øjets og Lyskildens Afstande fra Objektet. Endelig angiver Aubert³⁾ en af ham selv udført Forsøgsrække, der dog hverken stemmer med nogen af de ovenfor angivne Formler eller med hans egen Lov. Og mærkelig nok siger Aubert her, hvor Talen er om farveløse Objekter: «ein bestimmtes Verhältniss zwischen Gesichtswinkel und Helligkeit zu finden, bin ich nicht im Stande gewesen». — Paa Grundlag af disse forskellige Forsøg lader Auberts Hypothese sig dog ikke omstøde. Thi vort Øje er jo ikke et uforanderligt optisk Redskab, der er aldeles ligegyldigt overfor Objektet; tværtimod vide vi, at dettes Afstand har en ikke uvæsenlig Indflydelse paa Øjets Funktion, idet derved Akkommodationen og tildels Iris' Adaption (Pupilvidden) er bestemt. Men følgelig lader det sig meget vel tænke, at disse Forhold kunne medføre en Komplikation af Loven, saa at Auberts Antagelse af en konstant Lysmængde kan være fuldstændig rigtig, uden at dette dog medfører en nøjagtig Reciprocitet mellem Lysstyrke og Synsvinkel, hvilket atter vil have til Følge, at Forsøg udførte under forskellige Omstændigheder kunne synes at stride mod Loven og mod hinanden indbyrdes, skjønt de egentlig ere specielle Tilfælde af en almindelig Lov. At det virkelig kan forholde sig saaledes, at vi i de omtalte matematiske Udtryk have specielle, og maaske tillige mindre rigtige Udtryk for en fælles Lov, bliver derved sandsynligt, fordi vi vide, at Akkommodationens Indflydelse har været elimineret i nogle af Tilfældene, i andre derimod ikke. Skal det altsaa lykkes at finde den rette Forklaring paa Synsvinklens og Belysningsstyrkens indbyrdes Afhængighed, saa maa man tage Hensyn til samtlige Faktorer, som have Indflydelse paa Objektets Synlighed, men saaledes, at man kan gjøre Rede for, hvilken Betydning hvert enkelt Moment maa have. Dette kan dog neppe naas ved, at man udelukkende holder sig til Forsøg og de deraf udledede Formler; Problemets Løsning vil blive lettere, hvis man ad anden Vej kunde finde en ledende Traad.

En saadan Traad mener jeg maa kunne findes ved en Undersøgelse af, hvorledes det til Øjet kommende Lys fordeles paa Nethinden, naar Øjets Afstand fra Objektet forandres. Man antager som bekjendt almindelig, at Nethindebilledets Lysstyrke er konstant, uafhængig af Afstanden mellem Objekt og Øje, naar Gjenstandens Belysning er given. Men denne Sætnings Gyldighed er højst tvivlsomt. Den hviler paa den Betragtning, at den Øjet træffende

¹⁾ Fechner: Psychophysik I, pag. 269.

²⁾ Centralblatt für Augenheilkunde, Juli 1877.

³⁾ Phys. d. Netzhaut, pag. 207.

Lysmængde og Nethindebilledets Areal altid formindskes i samme Forhold. Betragtes nemlig en Gjenstand under en vis Synsvinkel, saa er derved Nethindebilledets Udstrækning og Lysstyrke bestemt. Bliver Afstanden fra Objekt til Øje nu n Gange saa stor, vil den Øjet træffende Lysmængde blive $1/n^2$ af den oprindelige, men samtidig formindskes Synsvinklen til $1/n$, saa at Billedets Areal bliver $1/n^2$ af det oprindelige. Følgelig vil Lysstyrken paa hver Fladeenhed være konstant. Men her er forudsat, at et Punkt i Rummet afbildes paa Nethinden som et Punkt. Hvis dette derimod ikke er Tilfældet, saa kan Nethindebilledets lineære Størrelse ikke aftage i samme Forhold som Afstanden voxer, og som Følge deraf vil Billedets Lysstyrke heller ikke være konstant. Nu have imidlertid Undersøgelserne over Irradiationsfænomenerne ført til at paavise, at et Punkt i Rummet strængt taget aldrig afbildes som et Punkt paa Nethinden, men en indgaaende Undersøgelse af, hvorledes Billedets Lysforhold som Følge deraf bliver, er endnu ikke udført. Vår første Opgave vil derfor blive den, at gjøre Rede for Lysfordelingen i Nethindebilledet, i hvilket Øjemed vi ville gaa nærmere ind paa Irradiationens Love.

Irradiationens Love.

Betragter man to ligestore Kvadrater, et sort paa hvid Grund og et hvidt paa sort Grund, saa falder det strax i Øje, at det hvide synes større end det sorte og det desto mere, jo mindre den Synsvinkel er, under hvilken Figurerne betragtes. Dette Fænomen beror, som Keppler først har antydnet (1604) og senere Welcker, bevist (1852), derpaa at Billedet paa Nethinden er dannet ved Spredningskredse. For nu at vise, hvorledes en Spredning i Øjet kan bevirke en tilsyneladende Forstørrelse af den betragtede Gjenstand, ville vi for Nemheds Skyld regne Spredningskredsene for Cirkler, hvilket de ganske vist ikke ere, men den ved en saadan Antagelse hidførte Fejl maa dog anses for uvæsenlig. Tage vi til en Begyndelse et Objekt, der ses under saa stor en Synsvinkel, at dets Nethindebillede har en betydelig Størrelse i Sammenligning med Spredningscirklerne, saa kunne vi let paavise, hvorledes dette maa forandres ved Irradiationen. Lad det være et paa sort Grund anbragt hvidt Kvadrat, hvis Billede paa Nethinden er $abcd$ (Fig. 1). Lægger man et Snit CD vinkelret paa Billedets Plan og paa en af Siderne, saa vil Kvadratet paa dette Snit afbilde sig som Længden AB (se tillige Fig. 2). Oprejses derpaa i de forskjellige Punkter af CD Ordinatorer, hvis Længder skulle betegne Intensiteten af Lyset i disse Punkter, saa vil $AEFB$ (Fig. 2) angive Intensiteten i Nethindebilledet af det hvide Kvadrat, medens den relativt mørke Øjegrund foreløbig kan tænkes at have Intensiteten 0. Saaledes vilde Sagen stille sig,

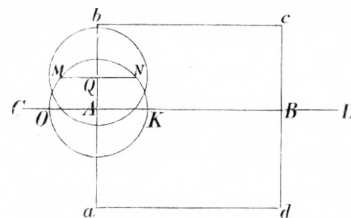


Fig. 1.

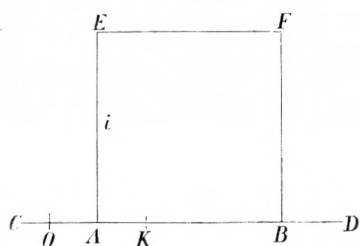


Fig. 2.

hvis der ingen Irradiation fandt Sted. Men den i Punktet A træffende Straale, hvis Intensitet er $AE = i$, spreder sig over en Cirkel med Diametren OK ; i Centrum af Cirklen maa Intensiteten antages at blive størst og derfra aftager den mod Periferien. Men hvorledes Lyset iøvrigt er fordelt i Spredningscirklen, vil være afhængig af de optiske Forhold, som bevirke Spredningen. Af saadanne kan der ved Øjet være Tale om tre forskellige, nemlig Spredning 1° paa Grund af Dispersionen (Farveadspredelsen), 2° paa Grund af den monokromatiske Afbøjelse og 3° ved den ufuldstændige Akkommodation. Vi maa betragte hver af disse Aarsager for sig.

1° Dispersionen. Tænke vi os, at en enkelt Solstraale træffer Øjet, og at dette er akkommoderet for Straaler af Middelbrydbarhed, altsaa de grønne, saa ville disse forenes i ét Punkt paa Nethinden. Nærmest omkring dette falde de gule og blaa-grønne. Da disse sidste Straalers Lysning er noget mindre end de grønne, medens de gules er større, saa vil den Kreds, i hvilken de forenes, faa omtrent samme Lysning som Centrum. I den næste Kreds forenes orange og blaat og endelig yderst rødt og violet. Da alle disse Straaler have mindre Lysning end grønt og da de tilmed spredes over et temmelig stort Areal, saa vil Lysningen i disse yderste Kredse blive meget ringe. Fremstille vi Lysningsforholdene

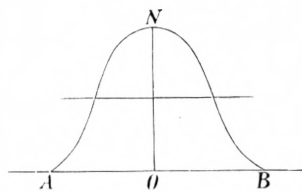


Fig. 3.

i en saadan Spredningscirkel ved Ordinaterne til en Kurve, saa maa denne efter det fremstillede antages nærmest at faa en saadan Form, som er vist i Fig. 3. AB er Spredningscirkelns Diameter, O dens Centrum. I Punktet O er Lysningen ON og i Nærheden af N ses Kurven at forløbe næsten parallelt med Abcisseaxen, men i ringe Afstand fra N falder den brat mod Axen.

2°. Den monokromatiske Afbøjelse. Herunder sammenfatter man som bekjendt de Spredninger, som Lysstraaler af bestemt Brydbarhed ville lide paa Grund af forskellige Uregelmæssigheder i Øjets Bygning. Som de vigtigste af disse kan nævnes, a) at de brydende Medier ikke ere begrænsede af saadanne Flader, som kræves, for at homogent Lys efter Brydningen kan samles i et Punkt. b) De brydende Medier ere ikke centrerede.

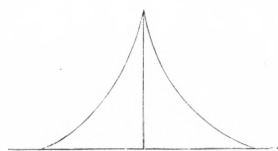


Fig. 4.

c) Linsens Uensartethed (straalede Bygning) og de i den tilfældig forekommende uigjennemsigtige Partikler. Disse forskellige Momenter ville hver for sig fremkalde en Spredning, men da de i forskellige Øjne gjøre sig gjældende i ulige Grad, lade de sig ikke tage nøjagtig i Beregning. Kun saameget kan vistnok i Almindelighed siges, at i de Spredningscirkler, over hvilke

Lysset fordeles paa Grund af de omtalte forskjellige Omstændigheder i Forening, maa Lysstyrken blive størst i Centrum og derfra aftage temmelig hurtig mod Periferien. Den i Fig. 4 fremstillede Kurve kan antages at give et omtrentligt Billede af Lysfordelingen.

3°. Den ufuldkomne Akkommodation. I den ved ufuldstændig Akkommodation fremkomne Spredningscirkel vil Lysstyrken være ens over det hele, fordi den Lysmængde, som træffer det brydende System i Afstanden r fra Systemets Axe, er $2\pi rk$, naar k er Intensiteten af en enkelt Lysstraale, men disse Straaler blive i Spredningscirklen fordelt paa en Cirkelperiferi, hvis Radius vi kunne kalde ρ , saa at Intensiteten x i et enkelt Punkt af denne Periferi er bestemt ved:

$$2\pi rk = 2\pi x\rho, \text{ altsaa } x = \frac{r}{\rho} \cdot k.$$

Da nu r/ρ er konstant, saalænge det brydende System ikke forandres, d. v. s., saalænge Øjet er akkommoderet for samme Afstand, er Intensiteten x altsaa uafhængig af ρ , d. e. af Punktets Beliggenhed i Spredningscirklen. Eller med andre Ord: Intensiteten er ens overalt i Cirklen. I dette Tilfælde vil altsaa en ret Linje parallel med Abscisseaxen AB (Fig. 3) kunne betegne Lysfordelingen.

I Modsætning til de ved Dispersion og monokromatisk Afvigelse frembragte Spredningscirkler, hvis Radius i et givet Øje maa antages konstant, idet den kun i ringe Grad vil kunne forandres ved de ved Akkommodationen fremkaldte Formforandringer af de brydende Flader, maa den ufuldkomne Akkommodations Spredningscirkler have foranderlig Radius. Thi jo fuldkomnere Akkommodationen er, desto nøjagtigere samles Straalerne i et Punkt, og desto mindre bliver følgelig Radius. For et givet Øje voxer Radius altsaa, naar Gjenstanden fjerner sig fra Øjet hinsides Fjernpunktet eller nærmer sig til det indenfor Nærpunktet. Men ogsaa for et givet Øje i given Akkommodationstilstand maa Radius være variabel; da Spredningscirklerne nemlig ere Billeder af Pupillen og derfor afhængige af dennes Størrelse, maa enhver Indvirkning paa Øjet, der forandrer Pupilvidden, ogsaa forandre Radius i Spredningscirklerne. Altsaa vil denne, alt andet lige, blive desto mindre, jo større Intensiteten er af det Øjet træffende Lys. Og da tillige Pupillen dilateres ved aftagende Konvergens af Øjexerne, vil Radius, naar Gjenstanden fjerner sig hinsides Fjernpunktet, voxe i stærkere Forhold end ved uforanderlig Pupilvidde.

Erfaringen lærer, at Irradiationsfænomenerne lettest fremtræde for Øjne med ufuldkommen Akkommodationsevne, men de kunne dog iagttages af alle Øjne indenfor den tydelige Synsvide, hvilket, som Helmholtz har gjort opmærksom paa, utvivlsomt skyldes de Spredninger, der fremkomme ved Dispersionen og den monokromatiske Afvigelse, og han mener derfor at maatte forbeholde Navnet Irradiationen for de Fænomener, til hvilke de sidst nævnte Aarsager give Anledning, idet den ufuldkomne Akkommodation altid kan elimineres ved Anvendelse af Brillen. Hvis vi altsaa kun vilde beregne disse «egenlige» Irradia-

tionsfænomener, havde vi kun de to nævnte Aarsager at tage Hensyn til. Men da vort særlige Maal er at finde Lovene for Objekters og Farvers Synlighed, og da den ufuldkomne Akkommodation utvivlsomt har en ligesaa væsenlig Indflydelse paa Synligheden som de to andre Aarsager til Lysspredningen, kunne vi ikke udelukke den. Saafremt man derfor vil nægte de Fænomener, vi i det følgende ville søge at beregne, Navn af Irradiationsfænomener, kan der naturligvis ikke indvendes noget derimod. En Strid herom vilde kun være en Strid om Ord. Men idet vi saaledes optage den ufuldkomne Akkommodation i Undersøgelsen, maa vi forudsætte Spredningscirklernes Radius konstant for et givet Øje, da de forskellige Forhold, af hvilke dens virkelige Størrelse er afhængig, ikke kunne tages i Berregning. Det bliver da Gjenstand for en særlig Undersøgelse at bestemme, hvilken Fejl der indføres ved denne Antagelse.

Spørgsmaalet bliver nu, hvorledes Lysfordelingen i Spredningscirklen vil blive, naar alle tre Fordelingsprinciper samtidig gjøre sig gjældende. At angive dette nøjagtigt er naturligvis ikke muligt, da vi kun kjende den virkelige Fordelingslov i ét af de tre Tilfælde. Men betragter man de tre i Fig. 3 og 4 fremstillede Intensitetskurver, vil den simpleste og sandsynligste Antagelse blive den, at Lysstyrken er størst i Cirkelns Centrum og derfra aftager jævnt mod Periferien. At dette skulde være ganske i Overensstemmelse med de virkelige Forhold er ikke at vente, men den derved indførte Fejl er, som vi senere skulle vise, uden væsenlig Betydning.

Vi ere derefter i Stand til at beregne Lysfordelingen i Randen ab af Kvadratet Fig. 1. Straalen A med Intensiteten i spredes over en Cirkel med Diametren OK . Men det ses ligefrem af Fig., at lige saa meget Lys, som der fra A fordeles over Korden MN , lige saa meget vil der fra Straalen Q med Intensiteten i falde paa Linien OK , idet alle Spredningscirklerne antages at have samme Diameter. Og paa samme Maade gaar det med alle andre Korder i A 's Spredningscirkel. Lige saa meget Lys, som der fra A spredes ud over Punkter, der ligge udenfor Diametren OK , lige saa meget vil der fra A 's Nabotraaler i Linien ab falde tilbage paa Diametren OK . Enten vi altsaa lade enhver Straale i ab spredes over en Cirkel med bestemt Radius, eller vi lade enhver af dem fordeles over den paa Linien ab vinkelrette Diameter i deres egen Spredningscirkel, maa Resultatet blive det samme. Spørgsmaalet bliver nu kun, hvorledes Lysset fordeles paa enhver af disse Diametre. Gaa vi ud fra vor oprindelige Antagelse, at Lysstyrken i Spredningscirklerne aftager jævnt fra Centrum mod Periferien, saa vil Fordelingen paa Diametren ikke være jævn, naar hele Lysmængden samles paa den. Forskjellen bliver imidlertid kun ringe, og vi kunne derfor, uden at komme i følelig Strid med vore Betragtninger over den sandsynligste Fordeling i Spredningscirklerne, forandre vor tidligere Antagelse dertil, at Lysset er jævnt fordelt over enhver af de paa Billedets Kanter vinkelrette Diametre i Spredningscirklerne. Betegner AB (Fig. 5) som tidligere et Snit gennem Nethindebilledet $abcd$ vinkelret paa dettes Plan og paa Siden

ab, saa vil *AEPFB* angive Intensiteten af Lyset i *AB*, saafremt der ingen Spredning finder Sted. Men den i *A* træffende Straale af Intensiteten *AE = i* fordeles over Linien *OK* saaledes, at Intensiteten i *A* faar sit Maximum *AP*, og derfra aftager jævnt til begge Sider, indtil den i *O* og *K* bliver 0. Linierne *OP* og *KP* betegne altsaa Fordelingen af Straalen *A*'s Lys. Betegnes *OA*, Spredningsskirkens Radius, ved *z*, vil Lysstyrken *XR* i et Punkt *X* blive:

$$\frac{XR}{AP} = \frac{OX}{OA} = \frac{OX}{z}; \quad XR = \frac{OX}{z} AP.$$

Kaldes nu Intensiteten i det Punkt, som ligger i den uendelige lille Afstand μ fra *O* for ν , saa faas, idet $OX = \mu$:

$$XR = \nu = \frac{\mu}{z} AP \text{ eller } AP = \nu \frac{z}{\mu} = \nu q$$

da $z = q\mu$, hvor q er et uendelig stort Tal. Og da nu Straalen *A*'s Intensitet *i* er Summen af Intensiteten i alle Punkterne mellem *O* og *K* faas:

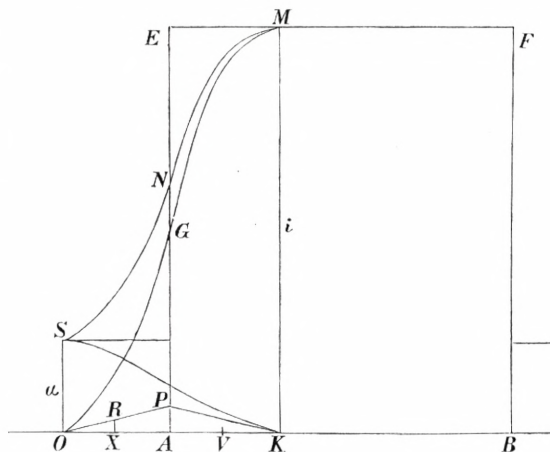


Fig. 5.

$i = 2 (\nu + 2\nu + 3\nu + \dots + q\nu) = q^2\nu \dots \dots \dots$ (Lig. 1) hvilken Ligning altsaa tjener til at udtrykke *i* ved ν og omvendt. Ganske ligesom *A* spredes nu alle Straalerne mellem *A* og *B* til begge Sider. I et Punkt *X* i Afstanden $x = p\mu$ fra *O* falder derfor ikke blot Lys fra *A* men ogsaa fra dennes Nabotraaler inde i *AB*. Er $XV = z$, saa maa den i *V* træffende Straale være den inderste, hvis Lysspredning naar til *X*. Fra den Straale, der ligger Længden μ fra *V* i Retningen mod *A*, falder der i Punktet *X* Lysmængden ν , fra den næste kommer 2ν o. s. fr. Fra *A* kommer $p\nu$, og Summen af alle disse Lysmængder er Intensiteten I_x i Punktet *X*. Man har da:

$$I_x = \nu + 2\nu + 3\nu + \dots + p\nu = \frac{\nu}{2} p^2. \text{ Men da ifølge Lig. 1: } \nu = \frac{i}{q^2}, \text{ faaes:}$$

$$I_x = \frac{i}{2} \cdot \frac{p^2}{q^2}, \text{ men } p = \frac{x}{\mu}, q = \frac{z}{\mu}, \text{ altsaa } I_x = \frac{i}{2} \cdot \frac{x^2}{z^2} \dots \dots \dots \text{ (Lig. 2).}$$

Denne Ligning giver imidlertid kun et Udtryk for Intensiteten i Punkterne mellem *O* og *A*. I et Punkt *Y* mellem *A* og *K* i Afstanden $y = r\mu$ fra *A* bliver Intensiteten:

$$I_y = \frac{i}{2} + (q-r+q-r+1+q-r+2+\dots+q-r+r)\nu = \frac{i}{2} + r\left(q - \frac{r}{2}\right)\nu$$

$$= \frac{i}{2} + \frac{r}{q}\left(1 - \frac{r}{2q}\right)i,$$

hvoraf som ovenfor, da $r = \frac{y}{\mu}$ og $q = \frac{z}{\mu}$, faaes:

$$I_y = \frac{i}{2} + \frac{y}{z} \left(1 - \frac{y}{2z} \right) i = i \left(\frac{1}{2} + \frac{y}{z} - \frac{y^2}{2z^2} \right) \dots \dots \dots$$

Flyttes her Begyndelsespunktet fra A til O , idet man sætter: $y = x - z$, har man:

$$I_x = I_{y_i} = i \left(\frac{2x}{z} - \frac{x^2}{2z^2} - 1 \right) \dots \dots \dots \text{(Lig. 3).}$$

Indsættes i Lig. 2 for x successivt Værdierne fra 0 til z , finder man Intensiteten i de forskellige Punkter. For $x = 0$ bliver $I_x = 0$, for $x = z$ bliver $I_x = \frac{i}{2}$. Afsættes alle disse Størrelser af I_x som Ordinater, faar man en Kurve af Formen OG (Fig. 5). Og indsættes derpaa i Lig 3 ligeledes successivt for x Værdierne fra z til $2z$, faar man, naar de tilsvarende Værdier af I_x afsættes som Ordinater, Kurven GM . Linien OGM betegner altsaa Lysfordelingen i Nethindebilledets Irradiationszone.

Hermed ere vi dog ikke færdige, da vi endnu ikke have taget Hensyn til Grundens Irradiation, hvilket vil være nødvendigt, naar Grunden ikke tør regnes for absolut sort. I saa Fald vil nemlig det fra Grunden kommende Lys irradiere ind over Objektets Nethindebillede, ligesom dette irradiere ud over hin. Se vi nu foreløbig bort fra Objektet, kunne vi let bestemme den ved Grundens Irradiation fremkaldte Lysfordeling. Da Spredningen af Grundens Lys nemlig foregaar paa ganske samme Maade som Spredningen af Objektets, maa Lig. 2 og Lig. 3 ogsaa gjælde for Intensiteten i de forskellige Punkter af Grundens Spredningszone, naar man i disse Ligninger sætter Grundens Intensitet α for i . Kun er her at lægge Mærke til, at da x i Lig. 2 og Lig. 3 betegner Afstanden fra det yderste Punkt O i Objektets Spredningsbælte, maa x i Analogi hermed, naar Ligningerne anvendes paa Grundens Spredning, betegne Afstanden fra det yderste Punkt K (Fig. 5), hvortil Grundens Lys naar, saa at altsaa Lig. 2 gjælder for Punkter mellem A og K , Lig. 3 for Punkter mellem O og A . Skal x ogsaa for Grundens Vedkommende regnes fra O som Begyndelsespunkt, maa man i de to Ligninger sætte $2z - x$ for x . Man faar da, naar Intensiteten i et Punkt X af Grundens Spredningscirkel kaldes A_x , for Punkter mellem O og A :

$$A_x = \alpha \left(\frac{2(2z-x)}{z} - \frac{(2z-x)^2}{2z^2} - 1 \right) = \alpha \left(1 - \frac{x^2}{2z^2} \right) \dots \dots \dots \text{(Lig. 4)}$$

og for Punkter mellem A og K :

$$A_x = \frac{\alpha}{2} \left(\frac{2z-x}{z} \right)^2 = \alpha \left(2 - \frac{2x}{z} + \frac{x^2}{2z^2} \right) \dots \dots \dots \text{(Lig. 5).}$$

Kurven SK (Fig. 5) fremstiller efter disse Ligninger grafisk Lysfordelingen i Grundens Irradiationszone.

Da Intensiteten i Punkterne mellem O og K maa blive Summen af de Intensiteter, som Grund og Objekt hver for sig vilde frembringe, har man altsaa:

mellem O og A :

$$A_x + I_x = a \left(1 - \frac{x^2}{2z^2} \right) + \frac{i}{2} \cdot \frac{x^2}{z^2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{x^2}{z^2} (i - a) + a \quad \dots \dots \dots \text{(Lig. 6)}$$

og mellem A og K :

$$\begin{aligned} A_x + I_x &= a \left(2 - \frac{2x}{z} + \frac{x^2}{2z^2} \right) + i \left(\frac{2x}{z} - \frac{x^2}{2z^2} - 1 \right) \\ &= a + \left(\frac{2x}{z} - \frac{x^2}{2z^2} - 1 \right) (i - a) \dots \dots \dots \text{(Lig. 7)}. \end{aligned}$$

Kurven SNM , hvis Ordinater ere dannede ved Addition af Ordinaterne i de to oprindelige Kurver, giver altsaa et fuldstændigt Billede af Lysfordelingen i Randen af Net-hindebilledet AB . Men hvorledes er det nu muligt, at denne Lysfordeling kan frembringe en Fornemmelse af, at AB har udvidet sig? Snarere skulde man dog synes, at man maatte se det hvide Kvadrat formindsket og omgivet med en graa Rand, der, idet den stadig blev mørkere, tilsidst tabte sig i den sorte Grund. Noget saadant iagttager man imidlertid, som Erfaringen lærer, aldeles ikke. Vi opfatte virkelig Objektet med nogenlunde skarpe Konturer, og iagttage lige saa lidt indenfor som udenfor dets Grændser nogen Variation i Lysstyrken. Man er derfor nødt til at antage, at her er en psykisk Faktor medvirkende. Sagen forholder sig, som allerede Volkmann har gjort opmærksom paa, ganske som om det lyse Objekt og den mørke Grund hver især annekterede sin Del af Irradiationszonen. Dette vil naturligvis kun sige, at, idet vi ved Hjælp af de fremkaldte Lysfornemmelser danne os en Forestilling om det, som vi se, regne vi den Del af Irradiationszonen OK , som har størst Lighed med det lyse Objekt, med til dette, og Resten til Grunden; der foregaar derved altsaa en Vurderingsproces, som vi iøvrigt ikke ere os bevidst. Men hvad vil det nu sige, at den Del af Irradiationszonen, som har størst Lighed med det lyse Objekt, regnes med til dette, og at Resten betragtes som hørende til Grunden? Hvor sætte vi saa faktisk Grændsen? Et Exempel vil her gjøre Sagen klar.

Lader man en Lampe kaste en Slagskygge af en Lineal paa en hvid Skærm, saa har man paa denne en kontinuerlig Overgang fra den fuldt belyste Skærm gennem Halvskyggen til den mørke Kjærneskygge. Kalder man nu den fuldt belyste Skærms Lysning S , Kjærneskyggenes Lysning K , saa maa man et Steds i Halvskyggen kunne finde — eller i det mindste tænke sig fundet — en Stribe, hvis Lysning H er ligesaa meget større end K som S er større end H . Altsaa er H bestemt saaledes, at der er samme Forskjel mellem H og K som mellem S og H . Men deraf følger, at alle Overgangene mellem H og K have størst Lighed med K , og Overgangene mellem H og S have størst Lighed med S . Hvis derfor vort Øje af en eller anden Aarsag bliver ude af Stand til at opfatte de kontinuerlige Overgange og nødes til at regne en Del af Halvskyggen med til Kjærneskyggen og Resten til den fuldt belyste Del af Skærmen, saa maa den kunstige Grændse — eller maaske rettere

den psykiske Grændse i Modsætning til den geometriske — mellem Lys og Mørke falde ved H . Noget saadant er rimeligvis Tilfældet, saasnart Halvskyggen kun har ringe Udstrækning; den kontinuerlige Overgang fra Mørke til Lys er da ligesom sammenpresset, saa at man ikke kan opfatte den. Virkelig ser man i saa Fald en skarp Grændse mellem Lys og Skygge og kan hverken indenfor eller udenfor denne Grændse opfatte nogen tydelig Stigen eller Falden i Lysning. — Ganske det samme maa nu antages at finde Sted ved Nethindebilledets Irradiationszone. Direkte bevise det kan man naturligvis ikke. Men da den her fremsatte Antagelse er den blandt de forskellige mulige, der har størst Sandsynlighed for sig, vil det være rigtigst at holde sig til den, og undersøge Konsekvenserne. Skulde disse vise sig at stride mod bestemte Erfaringer, kan man jo altid prøve andre Muligheder.

Til den matematiske Bestemmelse af Grændsens Beliggenhed i Irradiationszonen under den antagne Forudsætning tjener følgende. Har man tre samtidige Lysfornemmelser, S , H og K , der staa i et saadant Forhold til hinanden, at der er samme Forskjel mellem S og H som mellem H og K , saa ville, som Delbœuf¹⁾ har godtgjort, de tilsvarende objektive Lysintensiteter I_S , I_H og I_K være saaledes afhængige af hinanden, at:

$$\frac{I_S}{I_H} = \frac{I_H}{I_K} \text{ eller } I_H = \sqrt{I_S \cdot I_K}.$$

Er altsaa Nethindebilledets Lysstyrke i , Grundens α , saa maa den tilsyneladende Grændse mellem Billede og Grund falde paa det Sted i Irradiationsbæltet, hvor Intensiteten I_x er:

$$I_x = \sqrt{\alpha \cdot i} \dots \dots \dots \text{ (Lig. 8).}$$

Det er nu indlysende, at, saafremt Intensiteten $I_x = \sqrt{\alpha \cdot i}$ findes mellem Punkterne O og B , saa maa Objektet synes forstørret. Og da dette sidste netop, som Erfaringen lærer, er Tilfældet, saa tør man forudsætte, at det søgte Punkt vil findes paa det angivne Sted. Derved lader Nethindebilledets Tilvæxt t sig beregne. Thi Lig. 6 giver os et Udtryk for Intensiteten i et Punkt mellem O og A i Afstanden x fra O .

Er Intensiteten her $\sqrt{\alpha \cdot i}$, saa har man:

$$\alpha + \frac{1}{2} \frac{x^2}{z^2} (i - \alpha) = \sqrt{\alpha \cdot i}.$$

Løses denne Ligning med Hensyn til x , faaes:

$$x = z \sqrt{\frac{2 \sqrt{\alpha \cdot i}}{\sqrt{i} + \sqrt{\alpha}}} \dots \dots \dots \text{ (Lig. 9).}$$

Da endvidere Nethindebilledets Tilvæxt t er givet ved $t = z - x$, faaes altsaa for t følgende Udtryk:

¹⁾ Étude psychophysique, Bruxelles 1873, pag 50. Jvf. Wundt: Physiologische Psychologie Bd. I pag. 325. — Delbœufs Sætning er som bekendt kun et andet Udtryk for Webers Lov.

$$t = z \left[1 - \sqrt{\frac{2 \sqrt{a}}{\sqrt{i} + \sqrt{a}}} \right] \dots \dots \dots \text{(Lig 10).}$$

Hvis vor Forudsætning, at den søgte Grændse falder mellem **O** og **A**, er rigtig, saa maa x og t beregnede af de to sidste Ligninger altid blive reelle og tilmed positive Størrelser, naar blot $a < i$, thi kun for det Tilfælde, at Objektets Lysstyrke er større end Grundens, gjælde Ligningerne. Det ses nu let af Lig. 9 og 10, at x og t blive reelle og positive og mindre end z for hvilke som helst Værdier af a og i , saasnt $a < i$, og følgelig er det overmaade sandsynligt, at Grændsen kun kan falde mellem **O** og **A**. Til et fuldstændigt Bevis herfor vilde endnu kræves, at enhver anden Antagelse førte til en Absurditet. For at prøve dette antage vi altsaa, at Grændsen faldt i den anden Halvdel af Irradiationsbæltet, mellem **A** og **K**. I dette Tilfælde giver Lig. 7 et Udtryk for Intensiteten, saa at man har:

$$a + \left(\frac{2x}{z} - \frac{x^2}{2z^2} - 1 \right) (i - a) = \sqrt{a} \cdot i$$

$$x^2 - 4xz + 2z^2 \left(1 + \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{i} + \sqrt{a}} \right) = 0 \quad \text{og altsaa}$$

$$x = 2z \left[1 (\pm) \sqrt{\frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{i}}{\sqrt{i} + \sqrt{a}}} \right] \dots \dots \dots \text{(Lig. 11).}$$

For at Grændsen virkelig skal falde mellem **A** og **K**, maa man have:

$$2z > x > z$$

men dette bliver aabenbart kun muligt, naar man i Udtrykket for x tager det nederste Tegn, idet øverste Tegn strax ses at føre til Absurditeten $x > 2z$, hvorved Grændsen vilde falde helt udenfor Irradiationszonen. Indsættes nu i Formlen for i successivt Værdierne $2a$, $3a$ o. s. fr., finder man:

$i = 2a$	$3a$	$4a$	\dots	$9a$
$x = 0,92z$	$0,88z$	$0,84z$	\dots	$0,78z$

Nederste Tegn giver altsaa, for hvilke som helst Værdier af $i > a$, $x < z$, hvormed det er godtgjort, at x ikke kan faa Værdier mellem z og $2z$. Altsaa kan Grændsen ikke falde mellem **A** og **K**. Følgelig er det bevist, at Grændsen falder mellem **O** og **A**, eller med andre Ord: et lyst Objekt paa mørk Grund maa altid ved Irradiationen synes forstørret.

Men hvorfor synes det desto mere forstørret, jo mindre Synsvinklen bliver? Erfaringen lærer dette, og Theorien maa altsaa, hvis den er rigtig, give det som en Konsekvens af sine Forudsætninger. Og virkelig følger det ogsaa ligefrem af Lig. 10. Thi ved Objektets Synsvinkel er, som tidligere omtalt, Nethindebilledets Størrelse $AB = b$ givet. Men b indgaar ikke i Lig. 10, og altsaa er Nethindebilledets Tilvæxt t uafhængig af b , følgelig af Objektets virkelige Synsvinkel. Jo mindre derfor denne bliver, desto mere maa

Objektet synes forstørret. Er nemlig det ideale¹⁾ Nethindebillede b , bliver Forholdet mellem Billede og Tilvæxt t/b ; formindskes nu Synsvinklen til $1/n$, Billedet altsaa til b/n , bliver Forholdet nt/b , d. v. s.: Tilvæksten er i Forhold til Billedet bleven større.

Ved den her begrundede Lov, at Irradiationstilvæksten t er uafhængig af Objektets Synsvinkel, komme vi tilsyneladende i Strid med Resultaterne af Volkmanns og Auberts Forsøg, idet disse Forskere nemlig have fundet, at Irradiationens Vinkelværdi (som er bestemt ved t) voxer med aftagende Synsvinkel. Derimod stemmer vort Resultat med Plateaus Forsøg. For at finde Aarsagen til denne Uoverensstemmelse mellem Volkmann og Aubert paa den ene Side, Plateau og Theorien paa den anden, vil det være nødvendigt at gaa nærmere ind paa de forskellige Forsøgsmethoder. Vi begynde med Plateaus²⁾.

En firkantet Metalplade, 10^{cm} høj og 8^{cm} bred, blev udskåret saaledes, som Fig. 6 viser, saa at der foruden en 0,8^{cm} bred Ramme kun blev staaende et rektangulært Stykke B .

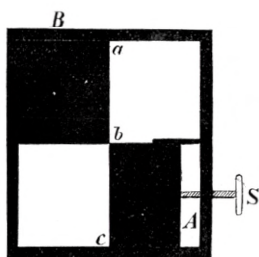


Fig. 6.

En mindre Plade A af samme Tykkelse som og i Plan med B kunde ved Hjælp af Skruen S forskydes i Rammen. Det hele var sværtet mat sort, og naar Apparatet blev set mod Himlen, udbredte derfor de gjennemskaarne lyse Partier sig ved Irradiationen over de mørke. Hvis altsaa Linierne ab og bc til at begynde med laa i Forlængelsen af hinanden, saa vilde de ved Irradiationen tilsyneladende fjærnes fra hinanden, saa at man maatte føre Kanten bc af A ind forbi Randen af B , for at det skulde tage sig ud, som om ab og bc laa i en ret Linie. Plateau gik nu saaledes til

Værks, at han først førte A et bestemt Stykke ind forbi Randen af B , og derpaa lod Iagttageren opsøge den Afstand, i hvilken Irradiationen lod abc ses som én ret Linie. Paa denne Maade anstilledes et stort Antal Forsøg med fire forskellige Personer, og Resultatet var, at Irradiationen var ulige stærk for de forskellige Øjne, den varierede ogsaa for samme Individ lidt fra Dag til Dag, men Irradiationens Vinkelværdi var under givne Forhold uafhængig af Objektets Afstand fra Øjet. Da nu Irradiationens Vinkelværdi, d. e. den Tilvæxt i Synsvinkel, som Objektet faar paa Grund af Irradiationen, er bestemt ved Nethindebilledets Tilvæxt, er denne altsaa ogsaa konstant. — Der er her at lægge Mærke til, at Plateaus Forsøg angaa Irradiationen af store Objekter, hvis Nethindebilleder i alle Afstande ere betydelig større end Spredningscirklerne. De lyse irraderende Rektangler i det ovenfor beskrevne Apparat havde den mindste Side = 3,2^{cm} og da den længste Afstand, i hvilken nogen

¹⁾ Idealt kunde man kalde det ikke irraderede Nethindebillede, AB , fordi det vilde fremkomme i et idealt, for al Spredning frigjort Øje.

²⁾ Pogg. Annalen, Ergänzungsband I, 1842, pag. 203.

Iagttager kom fra Apparatet, var 11^m , saa svarer dette til en Synsvinkel for Objektet af mellem $9'$ og $10'$. Og da nu Irradiationens største Vinkelværdi for den omtalte Iagttager var $45''$, altsaa neppe $\frac{1}{12}$ af Objektets Synsvinkel, saa maa dettes Billede paa Nethinden være meget større end Irradiationstilvæxterne og tillige større end Spredningscirklernes Diameter $2z$, idet denne ved den af Plateau benyttede Lysstyrke maa være mindre end $4t^1$, altsaa $z < 2t$. Vi kunne altsaa regne, at Nethindebilledet ved disse Forsøg har været mindst 6 Gange større end Spredningscirkelens Radius. Ganske anderledes forholder det sig derimod ved Volkmauns og Auberts Undersøgelser, som vi senere skulle gaa nærmere ind paa. Ved disse var Billedets lineære Udstrækning b mindre end t altsaa ogsaa mindre end z . Men Fig. 5 og 9 vise, at i saa Fald vil Lysfordelingen ikke længer være den, som her er forudsat, idet Lysstyrken i alle Nethindebilledets Punkter maa blive mindre end z . Den tilsyneladende Strid mellem Plateaus og Auberts Resultater kan altsaa forklares derved, at de to Forskere have undersøgt ganske forskellige Forhold, saaledes at Auberts aldeles ikke kuldkaster Plateaus. Og da der er en fuldstændig Overensstemmelse mellem Plateaus Forsøgsomstændigheder og de Forudsætninger, der ligge til Grund for den her givne theoretiske Betragtning, saa maa det altsaa anses som experimentalt og theoretisk godtgjort, at Irradiationens Vinkelværdi er uafhængig af Objektets Synsvinkel, naar denne blot er tilstrækkelig stor.

Endnu et Stridsspørgsmaal lader sig afgjøre ved Hjælp af Lig. 10, nemlig Spørgsmaalet, om Irradiationens Vinkelværdi voxer med det irraderende Objekts Lysstyrke eller ikke. Plateau besvarer dette bekræftende paa Grundlag dels af nogle meget simple Forsøg og dels af omhyggelige Maalinger. Der synes ogsaa kun vanskelig at kunne være Tvivl herom. Skærer man i en sort Skærm en smal overalt lige bred Spalte, og dækker dennes ene Halvdel paa Bagsiden af Skærmen med et Stykke gennemsigtigt Papir, saa vil den frie Del af Spalten synes betydelig større end den dækkede, naar det hele ses mod en lys Baggrund f. Ex. Himlen. Da nu den eneste Forskjel mellem de to Dele af Spalten er den, at den frie er lysere end den dækkede, saa kan Differensen i den tilsyneladende Størrelse neppe forklares paa anden Maade, end at den større Lysstyrke medfører stærkere Irradiation. Ved Maalinger udførte med det tidligere omtalte Apparat kom Plateau til samme Resultat. Den udskaarne Plade blev set mod en roterende Skive med sorte og hvide Sektorer som Baggrund, saa at det irraderende Objekts Lysstyrke altsaa lod sig ændre i aldeles bestemte Forhold ved at forandre de sorte Sektorens Størrelse. Iagttageren havde Plads i 2^m Afstand fra Apparatet og ved Hjælp af den inddelte Skrue blev den bevægelige Plade A ført frem, indtil ab og bc tilsyneladende laa i én ret Linie. Paa Skruehovedet kunde derpaa aflæses, hvormeget bc i Virkeligheden var ført forbi ab , og deraf i Forbindelse med Iagttagers

¹⁾ Se nedenfor, pag. 24.

Afstand lod Irradiationens Vinkelværdi sig beregne. For en enkelt Iagttaget fandt Plateau følgende Middelværdier:

Lysstyrke	1	2	4	8	16
Irrad.vinkel.	40",9	47",6	55",7	56",0	56",0

Føjes hertil, at Irradiationens Vinkelværdi maa være 0 for Objektets Lysstyrke = 0, saa kan man danne sig et fuldstændigt Billede af Irradiationens Forandringer ved voxende Lysstyrke, naar man afsætter Lysintensiteten som Abscisser og Vinkelværdierne som Ordinatorer. Man faar derved den i Fig 7 (se vedføjede Tavle) fremstillede Kurve, hvis Gren maa have Abscisseaxen til Asymptote, idet de fundne Vinkelværdier først voxe meget stærkt men senere langsomt.

Det var væsentlig dette Resultat, der førte Plateau bort fra den ældre Keplerske Opfattelse af Irradiationens Natur, og bragte ham til at opstille sin egen, bekjendte Theori. Thi at Spredningen i Øjet skulde kunne forandres med Intensiteten af det indfaldende Lys, synes at stride mod alle Optikens Love, og da Plateau ikke kunde finde noget andet Moment i Keplers Theori, der kunde forklare de voxende Irradiationsværdier, saa han sig nødsaget til at lade Theorien falde. For os, som uden Forbehold have antaget Spredningstheorien, bliver det altsaa nødvendigt at vise, at den experimentalt godtgjorte Sætning om Irradiationsværdierne Tiltagen med voxende Lysstyrke er en Konsekvens af Theorien. Dette lader sig da ogsaa meget let gjøre. I Lig. 10, som giver et Udtryk for Nethindebilledets Irradiationstilvæxt, indgaar foruden den konstante Størrelse z tillige de variable α og i . Vi ere altsaa i Stand til at skaffe os et Billede af t^s Variationer, idet i varierer, medens α er konstant, naar vi beregne t for $i = \alpha, 2\alpha, 3\alpha$ o. s. fr. Udføres dette, finder man:

$i = \alpha$	2α	3α	4α	9α	16α	25α	51α	100α	$\infty \alpha$
$t = 0$	0,09 z	0,14 z	0,19 z	0,29 z	0,37 z	0,43 z	0,50 z	0,57 z	z

Optegnes disse Resultater grafisk med i^s Værdier som Abscisser, t^s som Ordinatorer, faar man den i Fig. 8 (se vedføjede Tavle) fremstillede Kurve, der netop, som Plateau formodede, har Abscisseaxen til Asymptote, idet $t = z$ for $i = \infty$. At den har $t = 0$ for $i = \alpha$ og ikke som Plateaus Kurve for $i = 0$, beror naturligvis kun paa, at han har sat Grundens Intensitet $\alpha = 0$, hvilket praktisk aldrig kan finde Sted. Ogsaa her tør der vel siges at være al ønskelig Overensstemmelse mellem Theori og Erfaring.

Det er indlysende, at naar Irradiationstilvæxterne voxe med voxende i , medens α er konstant, saa maa de ogsaa voxe med aftagende α , medens i er konstant. Denne Følge af Theorien lader sig experimentalt godtgjøre. Klæber man en overalt lige bred Stribe hvidt Papir paa en Grund, der i Bælter gaa fra sort til lyst graat, saa vil Striben synes bredest, hvor den ses paa sort, og smallest, hvor den ses paa graat, hvilket netop er at vente, da Grundens Intensitet α er mindre for sort end for graat. Videre ville vi ikke gaa

ind paa disse Konsekvenser af Theorien, da de ere uden Betydning for vort egenlige Maal, og nærmest tjene til at vise, at de matematiske Udviklinger kunne gjøre Rede for alle Erfaringer.

Langt vigtigere vil det derimod være for os at faa undersøgt, hvorledes Irradiationstilvæksten forholder sig i det Tilfælde, at det ideale Nethindebilledes Brede er lille i Sammenligning med Spredningscirklerne, thi i saa Fald ville Lysforholdene i Billedet, som allerede berørt, blive forskellige fra de hidtil behandlede. Lad i Fig. 9 AB være et Snit gennem et rektangulært Nethindebillede, $ABCE$ betegner da som før Intensiteten i Billedet, hvis der ingen Spredning finder Sted. Men Grænsestraalerne A og B mellem Objektet og Grunden spredes henholdsvis over Strækningen OK og FN . Mellem O og F maa derfor Intensiteten voxe ganske ligesom tidligere (Fig. 5), da alle de mellem A og B træffende Straaler naa ud hertil, idet de spredes, og Grunden naturligvis ogsaa irraderer ind over Objektet. Et Punkt i Afstanden x fra O har altsaa Intensiteten:

$$I_x + A_x = a + \frac{1}{2} \cdot \frac{x^2}{z^2} (i - a) \dots \dots \dots \text{(Fig. 6).}$$

Fra Punktet F at regne maa Forholdene derimod forandre sig. Mellem F og A maa Intensiteten nemlig stige langsommere end Tilfældet vilde være, hvis Objektet havde haft en større Synsvinkel, fordi der mellem A og F mangler Spredningscirkler fra de Straaler, som i et større Billede vilde findes tilhøre for B . Vi kunne dog let beregne Lysfordelingen mellem de nævnte Punkter, naar vi som tidligere betragte Objektets og Grundens Spredning hver for sig. Vi begynde med Objektet.

Er Billedets Brede $b = \beta\mu$, saa maa Intensiteten I_y i et Punkt mellem F og A i Afstanden $y = p\mu$ fra F blive:

$$I_y = (p + p + 1 + p + 2 + \dots + p + \beta) \nu$$

$$= \left(p\beta + \frac{\beta^2}{2} \right) \nu = \frac{\beta}{q} \left(p + \frac{\beta}{2q} \right) i.$$

Altsaa har man, da $\beta = \frac{b}{\mu}$, $q = \frac{z}{\mu}$ og $p = \frac{y}{\mu}$:

$$I_y = \frac{b}{z} \left(\frac{y}{z} + \frac{b}{2z} \right) i = \frac{b(2y + b)}{2z^2} i.$$

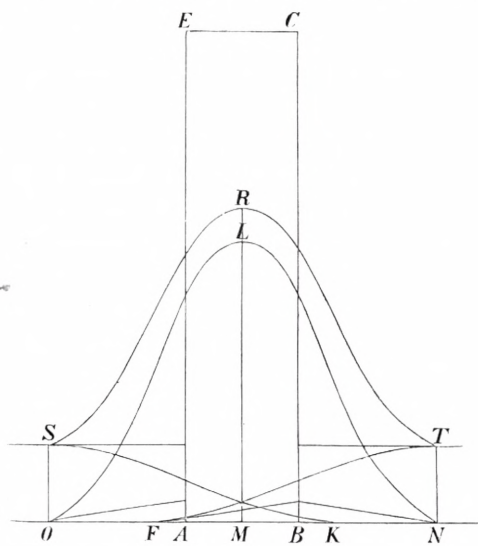


Fig. 7.

Her er Punktets Beliggenhed imidlertid angivet ved dets Afstand fra F ; skal O som tidligere tages til Begyndelsespunkt, maa man i ovenstaaende Formel sætte $y = x - OF$.

Men da man, som Fig. viser, har $OF = b$, faas altsaa som Udtryk for Intensiteten mellem F og A :

$$I_x = \frac{b(2x-b)}{2z^2} i.$$

Vi komme nu til Grundens Spredning. Lig. 4 giver et Udtryk for Intensiteten i et Punkt x mellem O og A , men dette gjælder kun nøjagtigt under Forudsætning af, at Breden b er saa stor, at Lysspredningskredsene fra Grunden mellem B og N (Fig. 9) ikke kunne række over Objektets Nethindebillede. Fig. 9 viser derimod, at der paa FA falder Lys, hidrørende fra Straalerne hinsides B . I Afstanden y fra F maa Intensiteten af dette Lys være (jvfr. Lig. 2):

$$A'_y = \frac{\alpha}{2} \cdot \frac{y^2}{z^2}$$

som, idet $y = x - b$, bliver til:

$$A'_x = \frac{\alpha}{2} \cdot \frac{(x-b)^2}{z^2}.$$

Størrelsen A'_x maa altsaa adderes til den ved Lig. 4 givne Størrelse A_x for at give det fuldstændige Udtryk for Grundens Intensitet mellem F og A . Og den mellem disse Punkter ved den samtidige Spredning af Objekt og Grund fremkaldte Lysfordeling er altsaa bestemt ved:

$$\begin{aligned} I_x + A_x + A'_x &= \frac{b(2x-b)}{2z^2} i + \left(1 - \frac{x^2}{2z^2}\right) \alpha + \frac{\alpha}{2} \cdot \frac{(x-b)^2}{z^2} \\ &= \alpha + \frac{b(2x-b)}{2z^2} (i - \alpha) \dots \dots \dots \text{(Lig. 12).} \end{aligned}$$

Paa analog Maade kan man finde et Udtryk for Lysfordelingen indenfor Objektets Grænser, mellem A og B . Dette har dog ingen Betydning for os her, hvorfor vi ville indskrænke os til at bestemme Intensitetens Maximum, som falder i M , Midtpunktet af AB . Betragtes først Objektet, har man:

$$I_M = 2 \left[\left(q - \frac{\beta}{2}\right) + \left(q - \frac{\beta}{2} + 1\right) + \dots + \left(q - \frac{\beta}{2} + \frac{\beta}{2}\right) \right] \nu = \frac{\beta}{q} \left(1 - \frac{\beta}{4q}\right) i,$$

men da $\beta = \frac{b}{\mu}$, $q = \frac{z}{\mu}$, har man altsaa:

$$I_M = \frac{b}{z} \left(1 - \frac{b}{4z}\right) i.$$

Grundens Intensitet i Punktet M faas af Lig. 5. Sættes heri:

$$x = OM = z + \frac{b}{2}$$

faar man:

$$A_M = 2\alpha \left(2 - \frac{2z+b}{z} + \frac{\left(z + \frac{b}{2}\right)^2}{2z^2}\right) = \alpha - \frac{b}{z} \left(1 - \frac{b}{4z}\right) \alpha.$$

Den fulde Intensitet bliver altsaa:

$$I_M + A_M = \alpha + \frac{b}{z} \left(1 - \frac{b}{4z}\right) (i - \alpha) \dots \dots \dots (\text{Lig. 13}).$$

For $b < 2z$ giver Lig. 13 $I_M + A_M < i$, for $b = 2z$ faas $I_M + A_M = i$. Altsaa først naar Nethindebilledets Brede er bleven lig Spredningscirkelns Diameter $2z$, vil Billedet paa et enkelt Punkt, nemlig i M , naa den Lysstyrke, som det vilde have haft overalt, saafremt der ingen Spredning fandt Sted. De tidligere udførte Beregninger over Irradiationen ved store Objekter gjælde altsaa for $b \geq 2z$.

Da b indgaar saavel i Lig. 12 som Lig. 13, bliver Intensiteten i de forskjellige Punkter afhængig af Nethindebilledets Størrelse, og der vil følgelig være Anledning til at undersøge, hvilke Tilvæxter Irradiationen giver Billedet, naar b varierer, medens alle andre indgaaede Størrelser ere konstante. — I Analogi med det tidligere udviklede maa man antage, at den Intensitet, der ligesom danner Grænsen mellem det, der regnes til Grunden, og det, der regnes til det irradierende Objekt er bestemt ved:

$$I = \sqrt{\alpha(I_M + A_M)}$$

hvor α er Grundens, $I_M + A_M$ Maximumsintensiteten. Men her bliver to Muligheder, thi enten kan Grænsen falde mellem O og F eller mellem F og A , og for hvert Tilfælde faas en særlig Formel til Beregning af dens Beliggenhed. Ligger Grænsen mellem O og F , har man ifølge Lig. 6 og Lig 13:

$$\alpha + \frac{1}{2} \frac{x^2}{z^2} (i - \alpha) = \sqrt{\alpha \left[\alpha + \frac{b}{z} \left(1 - \frac{b}{4z}\right) (i - \alpha) \right]},$$

som løst med Hensyn til x giver

$$x = z \sqrt{\frac{2\alpha}{i - \alpha} \left(\sqrt{1 + \frac{b}{z} \left(1 - \frac{b}{4z}\right) \cdot \frac{i - \alpha}{\alpha}} - 1 \right)}.$$

Da nu $t = z - x$, faar man altsaa:

$$t = z \left[1 - \sqrt{\frac{2\alpha}{i - \alpha} \left(\sqrt{1 + \frac{b}{z} \left(1 - \frac{b}{4z}\right) \cdot \frac{i - \alpha}{\alpha}} - 1 \right)} \right] \dots \dots \dots (\text{Lig. 14}).$$

Ligger Grænsen derimod mellem F og A , har man ifølge Lig. 12 og 13:

$$\alpha + \frac{b(2x - b)}{2z^2} (i - \alpha) = \sqrt{\alpha \left[\alpha + \frac{b}{z} \left(1 - \frac{b}{4z}\right) (i - \alpha) \right]},$$

som løst med Hensyn til x giver:

$$x = \frac{z^2}{b} \cdot \frac{\alpha}{i - \alpha} \left[\sqrt{1 + \frac{b}{z} \left(1 - \frac{b}{4z}\right) \frac{i - \alpha}{\alpha}} - 1 \right] + \frac{b}{2}$$

eller, da $t = z - x$:

$$t = z \left(1 - \frac{z}{b} \cdot \frac{\alpha}{i - \alpha} \left[\sqrt{1 + \frac{b}{z} \left(1 - \frac{b}{4z}\right) \frac{i - \alpha}{\alpha}} - 1 \right] \right) - \frac{b}{2} \dots \dots (\text{Lig. 15}).$$

Naar man nu vil benytte disse Formler til at bestemme t for forskjellige Værdier af b , saa bliver der Spørgsmaal om, naar man skal anvende den ene og naar den anden. — Lig. 14 gjælder i det Tilfælde, at Grænsen falder mellem O og F , altsaa $t > FA = z - b$; Lig. 15 derimod, naar Grænsen falder mellem A og F , altsaa for $t < FA = z - b$. Da man nu for store Værdier af b maa have $t > z - b$, maa man altsaa anvende Lig. 14, saalænge man har med forholdsvis store Værdier af b at gjøre, og saasnart man ved aftagende b kommer til en Værdi af $t < z - b$, maa man for denne og alle mindre Værdier af b anvende Lig. 15.

Vi benytte nu Formlerne til at bestemme t 's Værdier, idet vi antage Forholdet $\frac{\alpha}{i} = \frac{1}{51}$. Indsættes i Lig. 14 successivt $b = 2z$, $b = 1,8z$ o. s. fr., faar man:

$b = 2z$	$1,8z$	$1,6$	$1,0$	$0,8$	$0,4$	$0,3$	$0,2$	$0,1$	$0,01$
$t = 0,504z$	$0,506$	$0,510$	$0,545$	$0,565$	$0,637$	$0,654$	$0,676$	$0,666$	$0,555$
$d = 3,01z$	$2,81$	$2,62$	$2,09$	$1,93$	$1,67$	$1,61$	$1,55$	$1,43$	$1,12$

Herved er kun at bemærke, at da $0,654 < 1 - 0,3$, er der for denne og de lavere Værdier af b anvendt Lig. 15 til Beregning af t . Tabellen viser, at Tilvæksten t indtil en vis Grænse voxer med aftagende Værdier af b . Heraf følger tildels et andet ret interessant Forhold. Objektets tilsyneladende Brede, d , maa være Summen af det ideale Nethindebillede og Irradiationstilvæksten til begge Sider; man har altsaa $d = b + 2t$. Nu viser Tabellen, at d aftager meget langsommere end b . Medens nemlig b formindskes fra $2z$ til $0,01z$, altsaa til $1/200$ af sin oprindelige Størrelse, synker d knapt til $1/3$. Indenfor ikke altfor vide Grænser kan d altsaa betragtes som konstant, uafhængig af b , eller med andre Ord: et Objekts tilsyneladende Størrelse er konstant, uafhængig af dets Synsvinkel, naar denne kun er lille. Disse to Resultater af de theoretiske Betragtninger, t 's Voxen og d 's Konstans, ere for saa vidt interessante, som de bevise Theoriens fuldstændige Gyldighed; selve Sætningerne ere nemlig forlængst experimentalt fastslaaede, den første af Volkman, den sidste af Aubert. Da de af disse Forskere brugte Forsøgsmethoder i alt væsentligt stemme overens, men Auberts Forsøg ere de fuldstændigste, holde vi os ved den nærmere Omtale af Metoder og Resultater udelukkende til hans Fremstilling.

Som Objekt benyttede Aubert to paa sort Grund anbragte 2^{mm} brede hvide Papirstimler, hvis indbyrdes Afstand lod sig forandre. Om Forholdet mellem Lysningen af det hvide og det sorte siger Aubert ved Omtalen af disse Forsøg intet, men da det af ham benyttede sort ellers altid angives til $1/57$ af det hvide, kan man vel antage, at dette ogsaa har været Tilfældet her¹⁾. Synsvinklens Størrelse varieredes paa en ejendommelig Maade,

¹⁾ Det er af denne Grund, at der ved Beregningerne ovenfor er sat $\alpha/i = 1/51$, for at Forholdene skulde blive saa vidt mulig ens.

nemlig ved Hjælp af det af Volkmann konstruerede Makroskop¹⁾. Det bestaar af en Samlelinse med ganske kort Brændvidde (15^{mm} til 60^{mm}), der er indsat i et indvendig sværtet Rør, som kan forlænges og forkortes. Af Objektet frembringer Linsen et virkeligt Billede, der betragtes i forskjellig Afstand og saaledes egenlig bliver det Objekt, hvis Synsvinkel varieres. Ved selve Apparatets Indretning er det imidlertid givet, at Øjets Afstand fra Linsebilledet ikke lader sig forøge udover visse temmelig snævre Grænser; for at faa en stor Variation i Synsvinklen maa man derfor benytte Linser af forskjellig Brændvidde. Denne Omstændighed fortjener Opmærksomhed, fordi Spredningen i Øjet paa Grund af ufuldkommen Akkommodation derved er reduceret til et Minimum, idet Objektet, det af Linsen dannede virkelige Billede, altid betragtes paa temmelig kort Afstand. Og da den ovenfor givne matematiske Udvikling netop forudsætter den ufuldkomne Akkommodation som medvirkende Faktor, kan man ikke vente at finde fuld Overensstemmelse mellem Beregning og Forsøg.

For at bestemme Irraditionens Størrelse gik Aubert saaledes til Værks. De to hvide Papirstrimler, der hver for sig saas under Synsvinklen b , bleve nærmede mod hinanden, indtil deres indbyrdes Afstand forekom lagttageren ligestor med selve de hvide Objektets Brede. Afstandens lineære Størrelse blev saa maalt, og deraf kunde dens Synsvinkel d beregnes. Da d viste sig at være større end b , var det indlysende, at de hvide Objektets Brede ved Irradiationen var forstørret. Altsaa var Tilvæksten i Synsvinkel, t , givet ved Formlen:

$$b = d - 2t; \quad t = \frac{d - b}{2}.$$

Vi ville nu betragte en enkelt af Auberts paa denne Maade beregnede Forsøgsrækker.²⁾ Tallene angive Synsvinklerne i Sekunder.

$b = 45''$	36	30	26	22,5	20	18	15	13	11,5	10
$d = 146$	153	150	143	140	140	148	148	146	165	153
$t = 50$	58	60	59	59	60	65	66	66	77	72

Tager man nu Hensyn til, at den saa usikre Bedømmelse af parallelle Stribers Brede nødvendigvis maa medføre ikke ringe Observationsfejl, saa viser denne Forsøgsrække tydeligt Rigtigheden af de to ovenfor udviklede Love: 1°, at t voxer med aftagende b , og 2°, at Objektets tilsyneladende Brede d er konstant for meget smaa b . At Forsøgene ikke vise en ringe Aftagen af d 's Værdier, saaledes som Theorien fordrer, tør vel skrives paa Observationsfejlenes Regning i Forbindelse med den tidligere paaviste Inkongruens mellem Forsøgsomstændighederne og de theoretiske Forudsætninger.

Til yderligere Støtte for det interessante Resultat, at d er konstant, anfører Aubert

¹⁾ Aubert: Phys. der Netzhaut, pag. 199.

²⁾ Phys. Optik, pag. 582.

et andet Forsøg. Han betragtede Linjer af $1,5^{\text{mm}}$, 1^{mm} , $0,5^{\text{mm}}$ og $0,25^{\text{mm}}$ Brede og omtrent 30^{mm} Længde i en Afstand af $3-4^{\text{m}}$ og de syntes da alle lige brede men af højst forskjellig Lysning. Dette Forsøg er dog næppe beviskraftigt. Lægger man nemlig de irraderende Linjer i Forlængelsen af hinanden, saa hører der «en god Vilje» til at se dem lige brede; de fleste af de Personer, som jeg lod gjentage Forsøget, erklærede, at de ikke kunde opfatte dem som lige brede. Lægges de derimod parallelt ved Siden af hinanden med saa stor indbyrdes Afstand, at de ikke ved Irradiationen løbe sammen, saa har man meget

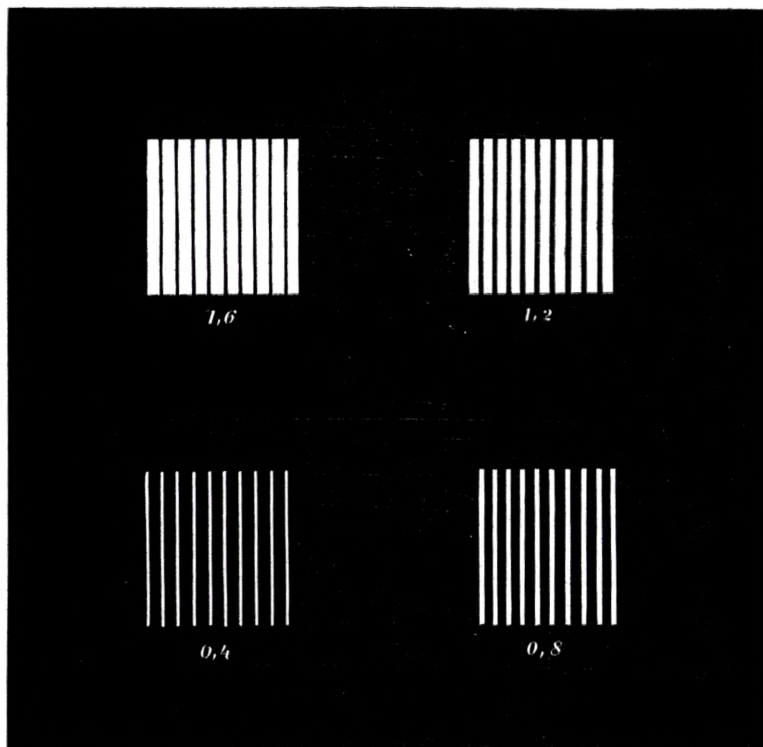


Fig. 8.

deres indbyrdes Afstand altsaa $0,4^{\text{mm}}$ osv. Paa denne Maade er Fig. 10 konstrueret. Nu er det indlysende, at saafremt de hvide Linjer alle irradiere til samme Brede, saa maa de fire skraverede Kvadrater i Fig. 10 alle samtidig vise sig som skraverede, naar man fra et fjærnt Punkt, hvor de enkelte Striber ikke kunne skjelnes, nærmer sig til Tavlen. Og hvis de ikke irradiere til samme Brede, saa maa det Kvadrat først opfattes som skraveret, hvis Striber faa den mindste Tilvæxt ved Irradiationen. — Ved de Forsøg, som jeg har anstillet med denne Figur, er det kun i et eneste Tilfælde lykkedes for en Iagttager med overordenlig skarpe emmetropiske Øjne at opløse et af Kvadraterne før de andre. Det maa derfor anses

ondt ved at afgjøre, om man ser dem lige brede eller ej. Ved en Ændring af Forsøget lader det sig imidlertid opnaa. Paa sort Grund trækkes flere Grupper af parallelle hvide Striber, f. Ex. 10 Striber i hver Gruppe. Stribernes Brede er forskjellig. I en Gruppe ere de alle $1,6^{\text{mm}}$ brede, i en anden $1,2^{\text{mm}}$ osv. Deres indbyrdes Afstand er overalt saa stor, at Summen af en Stribes Brede og dens Afstand fra den næste Stribe er konstant, f. Ex. 2^{mm} . Er Stribernes Brede $1,6^{\text{mm}}$, bliver

for bevist, at for smaa Synsvinkler er den tilsyneladende Brede af hvide Objekter paa sort Grund saa at sige konstant.

Vi kunne nu samle de experimentalt og theoretisk godtgjorte Resultater af vore Undersøgelser over Irradiationen af lyse Objekter paa mørk Grund i følgende Oversigt.

1. For Objekter, der ses under saa stor en Synsvinkel, at deres ideale Nethindebilleder ere større end Spredningscirklernes Diameter, er Irradiationstilvæksten for et givet Øje i bestemt Akkommodationstilstand konstant, uafhængig af Objektets Synsvinkel, saalænge Forholdet mellem Grundens og Objektets Lysning a/i er konstant.

2. Aftager Forholdet a/i , det være sig nu derved at i voxer, medens a er konstant, eller derved at a aftager, medens i er konstant, saa vil Irradiationstilvæksten voxe, og det modsatte finder altsaa Sted, naar a/i voxer.

3. For Objekter, der ses under saa lille en Synsvinkel, at det ideale Nethindebilledes lineære Udstrækning er mindre end Spredningscirkelns Diameter, vil, forudsat at a/i er konstant, Irradiationstilvæksten voxe saaledes med aftagende Synsvinkel, at Objektets tilsyneladende Størrelse er konstant.

Inden vi nu gaa over til at udlede Konsekvenserne af disse Love med Hensyn til Objektets Synlighed, maa vi med et Par Ord omtale Irradiationsforholdene ved mørke Objekter paa lys Grund. — Ser man f. Ex. et sort Kvadrat paa hvid Grund under en stor Synsvinkel, saa maa Kvadratet, idet Grunden irradierer ind over det, synes formindsket. Dette følger ligefrem af det tidligere udviklede, at Grænsen mellem Lys og Mørke altid rykkes ud i Irradiationszonen. Ses Kvadratet derimod under en lille Synsvinkel, saa vise Auberts Forsøg, at det mørke Objekt følger samme Lov som det lyse. Det voxer ved Irradiationen paa en saadan Maade, at dets tilsyneladende Størrelse er konstant, men Irradiationstilvæksterne ere mindre end de, et hvidt Objekt med samme Synsvinkel vilde faa. Theorien formaar at gjøre Rede for begge disse Kjendsgjerninger. Men for ikke at gjøre dette Arbejde vidtløftigere end nødvendigt, skal jeg ikke gaa nærmere ind herpaa.

Irradiationens Indflydelse paa farveløse Objektets Synlighed.

Vi ville nu udvikle Konsekvenserne af de i forrige Afsnit fastslaaede Irradiationslove med Hensyn til farveløse Objektets Synlighed og derved søge at fastsætte Betingelserne for, at et Objekt kan blive synligt for os. Ligesom tidligere indskrænke vi os her til at undersøge lyse Objekter paa mørk Grund. Saafremt nemlig Irradiationsfænomenerne ere i Stand til at forklare de Love, som gjælde for disses Synlighed, tør man forudsætte, at en analog Forklaring vil kunne gennemføres for mørke Gjenstande paa lys Grund, selv om Forholdene ikke ere ganske ens i begge Tilfælde. Og da det dog er umuligt her at udtømme hele

dette righoldige Emne, vil det være heldigst at indskrænke sig til et enkelt Tilfælde og undersøge det grundigt.

Den Vej, man her maa gaa, vil være følgende. Auberts Antagelse, at et Objekt vil være synligt, naar det sender en bestemt Mængde Lys til Øjet, uanset om denne Lysmængde træffer et større eller mindre Areal af Nethinden, giver os i Forbindelse med Irradiationslovene Midler i Hænde til ad Beregningens Vej at opstille en Formel for Lysstyrkens og Synsvinklens indbyrdes Afhængighed. Denne ville vi først udlede og derpaa prøve dens Gyldighed ved Forsøg. Viser den sig da at stemme med Erfaringen, saa maa Auberts Hypothese derved siges at være i højeste Grad sandsynliggjort. Skulde den derimod ikke stemme, maa Aarsagen sikkert søges i den hypothetiske Forudsætning, idet selve Irradiationslovene ved den dobbelte, theoretiske og experimentale Begrundelse, vi i forrige Afsnit have givet dem, maa antages at være hævdede over enhver Tvivl. — Inden vi imidlertid gaa over til vor egentlige Opgave, ville vi underkaste den Hypothese, der skal lægges til Grund, en kritisk Behandling.

Er Auberts Antagelse i og for sig sandsynlig? Med et vist Forbehold maa dette Spørgsmaal besvares bekræftende. Der er erfaringsmæssig intet til Hinder for at antage, at en svag Paavirkning af et større Antal Nethindeelementer kan gjøre Fyldest for en stærkere Irritation af et enkelt eller nogle faa af disse. Men dog kun indenfor en bestemt Grænse. Thi tænker man sig nemlig den mindste Lysmængde, som er i Stand til at fremkalde en Fornemmelse, naar den træffer en ganske lille Del af Nethinden, fordelt over et stadigt voxende Areal af denne, saa maa Belysningen i hvert enkelt Punkt tilsidst kunne blive saa ringe, at de enkelte Nethindeelementer ikke længer paavirkes. I saa Fald kan der aabenbart heller ikke udløses nogen Fornemmelse, og vi nødes derved til at opstille følgende to Betingelser:

1° En Lysfornemmelse vil kunne opstaa, eller, hvad der her kommer ud paa det samme, et Objekt vil blive synligt, naar den Lysmængde, det sender til Øjet, blot ikke synker under en vis Minimumsværdi eller fordeles over et Areal, der overskrider en bestemt Størrelse.

2° Finder dette sidste Sted, saa at derved Belysningen i ethvert af Nethindebilledets Punkter synker under en vis Størrelse, saa maa den hele, Øjet træffende Lysmængde, forøges i et til Arealets Størrelse svarende Forhold, for at Objektet atter skal blive synligt.

Af disse to Antagelser vil dog kun den første finde Anvendelse her. Lad os nemlig antage, at vi betragte et paa sort Grund anbragt hvidt Objekt, der er saa svagt belyst, at det bliver usynligt endnu medens $b > 2z$. Lyset i det centrale Parti af det irradierede Nethindebillede vil da, som ovenfor paavist, have samme Intensitet som overalt i det ideale Billede, nemlig i , og denne er uafhængig af Synsvinklen. Det er altsaa ikke muligt, at Objektet ved aftagende Synsvinkel kan blive usynligt, fordi Belysningen i ethvert Punkt

synker under en bestemt Størrelse, og vi have derfor kun den Antagelse at holde os til, at der ved Irradiationen kan spredes saa meget Lys ud over Objektets tilsyneladende Grænser, at den resterende samlede Lysmængde ikke kan fremkalde nogen Fornemmelse. Men ere vi saaledes i det Tilfælde, hvor $b > 2z$, bestemt henviste til at antage en vis konstant Lysmængde som Grænsen for Objektets Synlighed, saa vil det i al Fald være det naturligste at prøve, om denne Antagelse ikke ogsaa skulde passe for det Tilfælde, at $b < 2z$, skjøndt Intensiteten her ved aftagende Synsvinkel synker i ethvert af Nethindebilledets Punkter (jvfr. Lig. 13). — Vi gaa nu over til at prøve Hypotesen paa den ovenfor omtalte Maade.

Som Objekt ville vi antage et paa sort Grund anbragt hvidt Kvadrat, der belyses af en enkelt Lysgiver opstillet i bestemt Afstand fra Kvadratet. Saalænge vi nu ikke ligefrem forandre enten Grund eller Objekt, vil Forholdet mellem de fra hver Arealenhed af disse reflekterede Lysmængder, a/i , være konstant. Betragte vi altsaa Kvadratet i en vis uforanderlig Afstand, vil Forholdet a/i mellem Nethindebilledets og Øjegrundens Belysning være konstant, hvilken end Lysgiverens Afstand fra Objektet er. Følgelig kan man variere den absolute Belysning efter Forholdet, uden at Irradiationstilvæksten forandres (jvfr. den anden Irradiationslov). Betragte vi nu til en Begyndelse Objektet i saa stor en Afstand, at dets tilsyneladende Størrelse ifølge den tredje Irradiationslov er uforandret, selv om Øjets Afstand forøges, saa vil altsaa det irradierede Nethindebillede have en konstant Udstrækning d . Er det ideale Nethindebilledes liniære Udstrækning som tidligere b , og er dets Belysning, Lysstyrken paa hvert Fladeelement i , saa vil den hele Øjet træffende Lysmængde være b^2i . Af denne maa nu en Del gaa tabt for vor Opfattelse, nemlig den Del, der spredes ud over de tilsyneladende Grænser for Objektet. Til at beregne Størrelsen af denne Lysmængde giver Lig. 14 og 15 de fornødne Midler, men man kommer ved en saadan Beregning til meget komplicerede Udtryk. Og da tilmed den tabte Lysmængde er overmaade ringe, dels fordi største Delen af det Areal, over hvilket Lyset spredes, opfattes som hørende til Objektet (jvfr. Tab. S. 24), og dels fordi en Del Lys fra Grunden irradiierer ind over Objektet og erstatter Tabet, saa bliver det at foretrække, fremfor at udlede de komplicerede Formler, ganske at se bort fra Lystabet og betragte hele Lysmængden b^2i som virkende indenfor Objektets tilsyneladende Grænser. At Lyset her nu ingenlunde er jævnt fordelt men derimod nærmest som Kurven SRT (Fig. 9) viser, er ifølge vor Forudsætning aldeles ligegyldigt. Objektet vil altsaa blive usynligt, naar b^2i derved, at enten b eller i formindskes, synker ned under det Minimum af Lys, som under de givne Forhold kræves til at udløse en Fornemmelse. Dette Minimum vil naturligvis være forskjelligt for forskjellige Øjne, det vil tillige variere med Nethindens Adaptionstilstand i et givet Øje og endelig med den Kontrast, som Objektet danner mod Grunden. Disse Momenter forudsat konstante, vil Objektet ophøre at være synligt, naar:

$$b^2 i = U,$$

idet U er den netop umærkelige Lysmængde. Har man nu i et andet Tilfælde

$$b_1^2 i_1 = U,$$

saa bliver altsaa:

$$b^2 i = b_1^2 i_1.$$

Men da $b/b_1 = s_1/s$, hvor s og s_1 betegne Synsvidderne, Øjets Afstande fra Objektet, og tillige $i/i_1 = a_1^2/a^2$, hvor a og a_1 betegne Lyskildens Afstande fra Objektet, saa bliver:

$$\frac{b^2}{b_1^2} = \frac{i_1}{i} = \frac{s_1^2}{s^2} = \frac{a^2}{a_1^2}; \quad s^2 a^2 = s_1^2 a_1^2; \quad sa = s_1 a_1 \dots \dots \text{(Lig. 16).}$$

Resultatet er altsaa, at for meget smaa Synsvinkler vil Produktet af Øjets og Lyskildens Afstand fra Objektet være konstant, naar Objektet netop er bleven usynligt. — Ganske den samme Lov, som her er funden for Synlighedens Ophør, maa naturligvis ogsaa gjælde for dens Begyndelse. For visse Værdier af b og i maa man have $b^2 i = m$, hvor m betegner den netop mærkelige Lysmængde, og en med den ovenfor givne analog Beregning fører da til ganske det samme Resultat. Det er imidlertid indlysende, at man ikke kan vente, at Erfaringen skal vise mere end Tilnærmelse til denne Lov, eftersom den hviler paa en ikke uangribelig Simplifikation.

Anderledes stiller Sagen sig, naar Objektet betragtes under saa stor en Synsvinkel, at $b > 2z$, i hvilket Tilfælde Nethindebilledet ved Irradiationen faar en konstant Tilvæxt (jvfr. første Irradiationslov). Her synes en nøjagtig Formel for Lysstyrkens og Synsvinklens indbyrdes Afhængighed at kunne opstilles, idet vi kunne beregne den Lysmængde, som virker indenfor Objektets tilsyneladende Grænser. Det kan nemlig bevises, at der paa enhver Linje vinkelret paa en af det ideale Nethindebilledes Sider maa tabes en Lysmængde ki , hvor k er konstant, uafhængig af b og i . Ifølge Lig. 9 er nemlig Afstanden x fra Spredningens yderste Punkt til Objektets tilsyneladende Grænse kun afhængig af z og a/i . Men a/i varierer ikke, som tidligere paavist, selv om i varierer, saalænge Objekt og Grund er uforandret. For konstant z , altsaa for samme Øje i given Tilstand, vil Afstanden x følgelig være en aldeles uafhængig Konstant, som vi kunne kalde g . Spørgsmaalet bliver nu kun, hvormeget Lys der falder paa g . Lig. 2 giver et Udtryk for Intensiteten af det fra Objektet irradierende Lys i et Punkt i Afstanden x fra Spredningens yderste Punkt O , nemlig:

$$I_x = \frac{i}{2} \cdot \frac{x^2}{z^2}$$

Altsaa maa den hele tabte Lysmængde blive:

$$\sum_o^g I_x = \sum_o^g \frac{i}{2} \cdot \frac{x^2}{z^2} = k \cdot i.$$

Da der paa enhver Linje vinkelret paa en af det ideale Nethindebilledes Sider tabes Lysmængden $k \cdot i$, maa der fra hele Billedet tabes $4b \cdot ki$, idet Billedets Perimeter er $4b$. Men nu irradierer ogsaa Grunden, hvorved Objektet modtager et Tilskud af Lys fra denne.

Fig. 5 viser, at denne Tilvæxt er dels alt det Lys, der fra Grunden spredes over AK , og dels det, der paa OA falder indenfor Objektets tilsyneladende Grænse. Ved Fig. 4 og 5 bestemmes denne Lysmængde at være:

$$\sum_g^z \alpha \left(1 - \frac{x^2}{2z^2}\right) + \sum_z^{2z} \alpha \left(2 - \frac{2x}{z} + \frac{x^2}{2z^2}\right) = k_1 \alpha.$$

Objektet modtager altsaa i det hele fra Grunden Lysmængden $4bk_1\alpha$. Og da Objektets oprindelige Lysmængde er b^2i , maa det følgelig blive usynligt naar:

$$b^2i - 4bki + 4bk_1\alpha = U,$$

hvor U som tidligere betyder den største Sum af Lys, der kan falde paa en begrænset Del af Nethinden uden at fremkalde nogen Fornemmelse. Bliver nu i forøget til i_1 , saa vil Objektet først igjen blive usynligt, naar b er formindsket til b_1 , bestemt ved Formlen:

$$b_1^2i_1 - 4b_1ki_1 + 4b_1k_1\alpha_1 = U,$$

og man har altsaa som Udtryk for det indbyrdes Afhængighedsforhold mellem Belysning og Synsvinkel:

$$b^2i - 4bki + 4bk_1\alpha = b_1^2i_1 - 4b_1ki_1 + 4b_1k_1\alpha_1 \dots \dots \dots (\text{Fig. 17}).$$

som skrives:

$$b^2i - 4bi \left(k - k_1 \frac{\alpha}{i}\right) = b_1^2i_1 - 4b_1i_1 \left(k - k_1 \frac{\alpha_1}{i_1}\right),$$

Men da man har: $\alpha/i = \alpha_1/i_1$, idet disse Forhold, som tidligere udviklet, ere uafhængige af den absolute Størrelse af i , kan man sætte:

$$k - k_1 \frac{\alpha}{i} = k - k_1 \frac{\alpha_1}{i_1}.$$

Indsættes tillige som tidligere:

$$\frac{b}{b_1} = \frac{s_1}{s} \text{ og } \frac{i}{i_1} = \frac{a_1^2}{a^2},$$

faar man:

$$\frac{s_1^2 a_1^2}{s^2 a^2} - 4 \frac{s_1 a_1^2}{s a^2} \cdot \frac{k - k_1 \frac{\alpha}{i}}{b_1} = 1 - 4 \frac{k - k_1 \frac{\alpha}{i}}{b_1} \text{ eller idet } \frac{k - k_1 \frac{\alpha}{i}}{b_1} = c$$

$$s_1 a_1^2 (s_1 - 4cs) = s^2 a^2 (1 - 4c) \dots \dots \dots (\text{Fig. 18}).$$

Denne Ligning giver først et Udtryk for sa , idet:

$$s^2 a^2 = \frac{s_1 a_1^2 (s_1 - 4cs)}{1 - 4c}; \quad sa = \sqrt{\frac{s_1 a_1^2 (s_1 - 4cs)}{1 - 4c}}.$$

Lad os nu antage, at vi ved et enkelt Forsøg have bestemt de sammenhørende Værdier s_1 og a_1 , saa viser Udtrykket for sa , at dette Produkt vil voxe med aftagende Værdier af s . Ligningens højre Side indeholder nemlig kun den variable s , idet det i Størrelsen c indgaaende b_1 er konstant for givne Værdier af s_1 og a_1 . — Hvis altsaa de Forudsætninger, paa hvilke vore Beregninger hvile, ere rigtige, saa maa man, naar man experimentalt har bestemt en hel Række sammenhørende Værdier af s og o , finde, at

Produktet as for meget store Værdier af s er konstant (jfr. Lig. 16), men naar s synker under en vis Størrelse, begynder as at voxe. Derved blive vi i Stand til nærmere at prøve Rigtigheden af Lig. 17 eller 18. Løses denne sidste med Hensyn til c , faas:

$$c = \frac{s^2 a^2 - s_1^2 a_1^2}{4(s^2 a^2 - s s_1 a_1^2)} \dots \dots \dots \text{(Lig. 19).}$$

Af denne Formel kan c bestemmes, naar man vilkaarlig vælger to Par sammenhørende Værdier af s og a og indsætter disse for s og a , s_1 og a_1 . Dog maa man naturligvis kun tage saadanne Værdier af s og a , for hvilke Lig. 18 gjælder, og det er derfor af Interesse, at man ved at beregne Produkterne $s \cdot a$ strax kan se, for hvilken Del af Forsøgsrækken Lig. 16 og for hvilken Del Lig. 18 maa antages at gjælde. Er c saaledes funden, vil man være i Stand til at beregne Værdien af s for en hvilken som helst opgiven Værdi af a . Thi af Lig. 18:

$$s_1 a_1^2 (s_1 - 4cs) = s^2 a^2 (1 - 4c) \text{ faas:}$$

$$s^2 + s \frac{4cs_1 a_1^2}{a^2 (1 - 4c)} - \frac{s_1^2 a_1^2}{a^2 (1 - 4c)} = 0, \text{ altsaa}$$

$$s = \frac{s_1 a_1 (\sqrt{4c^2 a_1^2 + (1 - 4c)a^2} - 2ca_1)}{a^2 (1 - 4c)} \dots \dots \dots \text{(Lig. 20).}$$

Indsættes her for s_1 og a_1 et Par af de, ved Forsøg bestemte, sammenhørende Værdier og tillige det ved Lig. 19 fundne c , saa indgaar endnu kun Størrelsen a i Formlen. Tillægges der altsaa denne en vilkaarlig Værdi, skal det beregnede s svare til det ved Forsøgene fundne s , saafremt ellers Lig. 18 er det sande Udtryk for Afhængighedsforholdet mellem s og a . — En Mislighed klæber dog ved denne Fremgangsmaade, hvorunder Overensstemmelsen mellem de beregnede og fundne Værdier af s vil lide. Idet nemlig c beregnes af to vilkaarligt valgte Par Værdier, og s derpaa af c i Forbindelse med et af disse Par Værdier, vil der blive en konstant Fejl ved s , hidrørende fra de Observationsfejl, som uundgaaelig ville findes ved de til Beregningen valgte Værdier. Denne lod sig vel eliminere, naar man af f. Ex. tre eller fire sammenhørende Værdier beregnede den sandsynlige Værdi af c , og derpaa af denne paa tilsvarende Maade bestemte s , men det vilde aabenbart gjøre Prøven yderst vanskelig uden at gjøre den meget paalideligere, da en eventuel Overensstemmelse mellem Beregning og Forsøg egenlig træder lige saa tydeligt frem, naar s er behæftet med en konstant Fejl, som naar den er befriet for denne.

Vi ville nu gaa over til at prøve Konsekvenserne af vore theoretiske Udviklinger ved Forsøg¹⁾.

¹⁾ Da det forekommer mig at være ikke uden Interesse, skal jeg bemærke, at de følgende Forsøg vare anstillede, før jeg ad theoretisk Vej fandt de angivne Love. Det var netop Umuligheden af at uddrage en Lov af Forsøgsresultaterne, der førte mig ind paa de theoretiske Betragtninger.

Som Objekt tjente fire hvide Kvadrater med 1^{mm} Side anbragte i en Firkant med en indbyrdes Afstand af 40^{mm} paa en sort Skjærm. Denne Skjærm udgjorde Bunden af en fortil aaben, indvendig sværtet Kasse af kubisk Form med 20^{cm} Side. Kvadraterne bleve belyste af et enkelt Stearinlys, anbragt i en høj lukket Kasse, der kun paa den mod Objektet vendte Side havde en Aabning af passende Størrelse. Ved sorte, paa forskellige Steder hensigtsmæssig anbragte Skjærme var der yderligere draget Omsorg for, at intet fremmed, fra Loft eller Vægge reflekteret Lys kunde træffe Objektet og derved gjøre Forsøgsresultaterne tvivlsomme. Objektet var opstillet i den ene Ende af en 12^{m} lang, mørk Gang i Højde med Iagttagerens Øje, og Lysgiverens Stilling var en saadan, at Lyset faldt saa vidt mulig vinkelret paa Kvadraterne. Forsøgene udførtes nu saaledes, at Lysgiveren indstilledes i en nøjagtig udmaalt Afstand fra Objektet. Iagttageren traadte derpaa saa nær hen til dette, at han kunde se de fire Kvadrater skarpt, og fjærnedede sig derpaa ganske langsomt med Blikket rettet paa Kvadraterne, indtil disse definitivt vare forsvundne. Det hænder nemlig jævnlig, naar man langsomt fjærner sig fra et Objekt, især i Nærheden af Synlighedens virkelige Grændse, at Gjenstanden ganske pludselig forsvinder. Standser man saa et Øjeblik, dukker den op igjen, og man kan da atter fjærne sig noget, inden den endelig og fuldstændig forsvinder. Denne sidste Afstand har jeg betragtet som den rette Grændse. Naar den var naaet, gav Iagttageren et Signal, hvorpaa Distancen blev aflæst af en Medhjælper, for at Iagttagerens Øje ikke skulde blændes af det til Aflæsningen nødvendige Lys. Det behøver næppe at siges, at der var truffet saadanne Foranstaltninger, at det virkelig var Øjets Afstand, som aflæstes. For hver enkelt Afstand af Lysgiveren, blev der af hver Iagttager foretaget fem Forsøg; kun naar disse, som det af og til hændte, viste meget store Differenser, blev der end yderligere foretaget fem Aflæsninger. Middeltallene af saadanne fem eller ti Forsøg ere i den omstaaende Tabel givne under Rubriken *s*. — Endnu skal jeg blot anføre, at der selvfølgelig blev draget den største Omsorg for, at Iagttagerens Øje altid før Forsøgenes Begyndelse var fuldstændig udhvilet, frit for Efterbilleder, og at der ogsaa mellem de enkelte Aflæsninger blev givet ham Lejlighed til at hvile sig. Thi dette er aabenbart *conditio sine qua non* for, at Lovmæssigheden skal træde frem. De matematisk udviklede Formler, Lig. 16 og Lig. 20, ere nemlig baserede paa den Forudsætning, at *U*, den netop umærkelige Lysmængde, er konstant for samme Øje. Men dette kan aabenbart kun være Tilfældet, naar Nethinden befinder sig i en fuldstændig udhvilet, adapteret Tilstand. — Vi gaa nu over til en Betragtning af Resultaterne.

Omstaaende Tabel indeholder Forsøgsresultaterne for to forskellige Iagttagere I og II. Søjlerner *a* og *s* give henholdsvis Lyskildens Afstande og Middeltallene af Øjets Afstande fra Objektet. Søjlerner med Overskriften *a . s* indeholde Produkterne af de sammenhørende Værdier *a* og *s*. Disse Produkter ses strax for hver Iagttager at falde i to Grupper A og B; i den første er Produkterne konstante, i den sidste voxe de derimod med

Alle Afstande ere udtrykte i cm.

I. Højre Øje svagt myopisk, venstre Øje normalt.				II. Begge Øjne normale.						
<i>a</i>	<i>s</i>	<i>a . s</i>	ber. <i>s</i>	<i>a</i>	<i>s</i>	<i>a . s</i>	ber. <i>s</i>	<i>F</i> .	ber. $s \div F_m$	<i>f</i> .
50	913	45650		50	1080	54000				
60	772	46320		A 60	914	54840				
80	582	46560		80	679	54320				
A 100	481	48100		<hr/>						
120	402	48240		100	597	59700	γ			
150	327	49050		150	420	63000	448	+ 28	435,3	+ 15,3
				170	395	67150	404	+ 9	391,3	$\div 3,7$
				200	347	69400	356	+ 9	343,3	$\div 3,7$
				B 250	278	69500	294	+ 16	281,3	+ 3,3
				300	243	72900	252	+ 9	239,3	$\div 3,7$
				350	214	74900	219	+ 5	206,3	$\div 7,7$
				400	192	76800	δ			
170	313	53210	α							
200	280	56000	276							
B 250	235	58750	232							
300	198	59400	199							
350	176	61600	β							

aftagende Værdier af *s*. Men dette var netop det første Resultat af vore theoretiske Betragtninger, at for store Værdier af *s* skulde Produktet *as* være konstant, og derpaa, fra en vis Værdi af *s* at regne, begynde at voxe. — Lad os nu nærmere betragte hver af disse Grupper for sig.

Imod II A kan der næppe rejses nogen Indvending. Den indeholder [vel kun tre Bestemmelser, men disse stemme da ogsaa saa fuldkommen overens, som det paa nogen Maade kan forlanges. IA derimod viser en svag Stigning af Værdierne *as*, men sammenlignes denne Stigning med B^s, bliver den aldeles forsvindende. Man tør derfor vistnok uden Overilelse erklære, at Formlen $as = a_1 s_1$ med meget stor Tilnærmelse udtrykker Afhængighedsforholdet mellem *a* og *s* for store Værdier af *s*. — Vi gaa nu til Gruppe IB. Her findes i den fjerde Kolonne med Overskrift: «beregnet *s*» ud for Værdierne $a = 170$ og $a = 350$ Bogstaverne α og β . Af disse to Par Værdier for *a* og *s* er Størrelsen *c* beregnet ved Hjælp af Lig. 10 og funden $c = \frac{3}{28}$. Af denne i Forbindelse med Værdierne $a (a_1 = 170, s_1 = 313)$ er derpaa *s* beregnet ved Lig. 20, idet der for *a* successivt er indsat $a = 200, a = 250$ og $a = 300$. De saaledes beregnede Værdier af *s* ere givne i Søjlen «ber. *s*». Som det ses, stemme de beregnede og observerede *s* saa nøje overens, at det vækker Mistanke om at være rent tilfældigt. Dette viser sig da ogsaa at være Tilfældet, naar vi gaa til Gruppen II B. Her ere Værdierne γ og δ benyttede til Beregning af *c*, som er funden $c = \frac{1}{8}$. Denne i Forbindelse med γ har derpaa ved Hjælp af Lig. 20 givet de beregnede *s*. Disse vise sig alle at være for store i Sammenligning med de observerede *s*; Differenserne ere givne i den femte Søjle, *F*. De beregnede *s* ere aabenbart behæftede

med en konstant Fejl, som maa hidrøre derfra, at de til Beregningen benyttede Observationer, $s_1 = 597$ og $s = 192$, begge ere for store. Eliminere vi den konstante Fejl, maa Overensstemmelsen træde frem. Fejlsummen, ΣF , er 76; Middeltallet heraf $\frac{76}{6} = 12,7 = F_m$. Differenserne mellem ber. s og F_m er givet i den sjette Søjle. Disse Værdier stemme øjensynlig meget nøje med de observerede s , som det fremgaar af den syvende Søjle, f , hvor Differenserne ere givne. Afvigelserne mellem de observerede s og de beregnede $s \div F_m$ ses at falde til begge Sider, og Summerne af de positive og negative Fejl ere lige store. Det maa derfor betragtes som i højeste Grad sandsynligt, at de beregnede Værdier af s kun have været behæftede med en konstant Fejl, der har ligesom maskeret Overensstemmelsen med de ved Forsøgene fundne s . I Forbindelse med IB beviser HB altsaa, at Lig. 18 virkelig giver et exakt Udtryk for Afhængighedsforholdet mellem a og s for smaa Værdier af s . Da Konsekvenserne af vore theoretiske Forudsætninger saaledes i et og alt stemme med Forsøgene, saa maa selve disse Forudsætnings Gyldighed derved anses som bevist.

Følgende Betragtning kunde endnu fortjene Opmærksomhed. — I et myopisk Øje maa Spredningscirkulens Radius z paa Grund af Øjets mindre fuldkomne Akkommodationsevne hinsides Fjærnpunktet være større end i et normalt. Heraf følger med Hensyn til Objekters Synlighed en dobbelt Differens mellem det normale og myopiske Øje. For det første maa den stærkere Spredning i dette sidste medføre, at Objektet bliver usynligt i en relativ kortere Afstand — en velbekjendt Erfaring, der ogsaa tydelig bekræfter sig i den ovenstaaende Tabel. Men for det andet medfører den større Værdi af z , at Loven $as = a_1 s_1$ gjælder i langt større Udstrækning for det myopiske end for det normale Øje. Denne Lov kan nemlig i Følge den Forudsætning, paa hvilken den hviler, under ingen Omstændigheder gjælde for $b \geq 2z$, men denne Grændseværdi maa i det normale Øje naas ved meget større Værdier af s end i det myopiske, fordi Størrelsen $2z$ er mindre for hint end for dette. Ogsaa denne Konsekvens af Theorien bekræftes af Forsøgene.

Som praktisk Resultat af disse Undersøgelser kunne vi altsaa opstille følgende Love for Afhængighedsforholdet mellem Synsvinkel og Belysningsstyrke:

- I. For smaa Synsvinkler gjælder Formlen: $sa = s_1 a_1$.
- II. Naar Synsvinklerne ere saa store, at I ikke passer, idet Produktet $s \cdot a$ voxer, saa gjælder Formlen:

$$s_1 a_1^2 (s_1 - 4cs) = s^2 a^2 (1 - 4c).$$

Farvernes Lysningsvariationer og disses Indflydelse paa Farveopfattelsen.

De ovenfor fremsatte Love om Afhængighedsforholdet mellem Lysgiverens Afstand og Synsvidden maatte jo gjælde ligesaa vel for Farveopfattelsen som for Objekters Synlighed, saafremt Farvernes Lysninger vare konstante. Thi ligesom vi have sat:

$$b^2 i - 4bi \left(k - k_1 \frac{\alpha}{i} \right) = U \quad \text{og} \quad b_1^2 i_1 - 4b_1 i_1 \left(k - k_1 \frac{\alpha_1}{i_1} \right) = U$$

og derigjennem ere komne til Lig. 17, maatte man kunne sætte:

$$b^2 i - 4bi \left(k - k_1 \frac{\alpha}{i} \right) = F \quad \text{og} \quad b_1^2 i_1 - 4b_1 i_1 \left(k - k_1 \frac{\alpha_1}{i_1} \right) = F,$$

hvor F betyder den største Sum af Farvestraaler, der kan træffe en begrænset Del af Net-hinden uden at fremkalde nogen Farvefønmelse, og ved at sætte de to Udtryk for F lige store vilde man da atter komme til Lig. 17. Men nu er det temmelig sikkert, at F ikke er uafhængig af Belysningerne, i og i_1 , og altsaa ikke har samme Værdi i alle Tilfælde. Thi at Gjenstandens Kontrast mod Grunden har Indflydelse paa Størrelsen af U og F staar fast: lyse Objekter kunne skjernes i længere Afstand paa sort end paa graa Grund; Auberts tidligere omtalte Bestemmelser af de Synsvinkler, ved hvilke Farveopfattelsen netop ophører, vise tydeligt, at Synsvinklens absolute Størrelse for samme Farve ved konstant Belysning er afhængig af Kontrasten mod Grunden. Saalænge derimod Kontrasten mod Grunden er uforandret, maa man antage, at Størrelsen af U og F er uforandret for samme Øje. Derfor regner man U konstant, uafhængig af Belysningen, for et givet Objekt paa bestemt Grund, og netop derfor tør man ikke antage F konstant for en given Farve paa en bestemt Grund, fordi Farvens Kontrast mod Grunden viser sig at være afhængig af Belysningen. Vi berørte ovenfor dette Fænomen, som Aubert støttede sig til for at forklare de experimentalt paa-viste Afvigelser fra den af ham antagne Lov. Selve denne Lov have vore Undersøgelser vel ikke bekræftet, men derfor mister det omtalte Fænomen naturligvis ikke sin Betydning som en Faktor, der maa tages med i Beregningen, naar den sande Lov for Farveopfattelsen skal opstilles. At finde en saadan synes der dog for Tiden ikke at være stor Udsigt til, da dertil udfordres, at vi kvantitativt kunne udtrykke Kontrastens Indflydelse paa Værdien af F . Alt hvad vi vide herom, er den tidligere nævnte lagttagelse, at Farven lettest opfattes, naar den hverken danner for stor eller for lille Kontrast mod Grunden. Men kjendte man nu blot Farvernes Lysninger ved forskellige objektive Belysninger, saa vilde man være i Stand til at angive, om Kontrasten ved en vis given Belysning var stor eller lille, og man kunde saaledes, om end ufuldkomment, værdsætte dens Indflydelse. Og endnu ét vilde man opnaa ved en nøjagtig experimental Bestemmelse af Farvernes Lysninger. Hvis det nemlig derved viste sig, at der for en eller flere Farver fandtes visse Grændser, indenfor hvilke man kunde variere Belysningen, uden at Farvernes Lysninger ændredes i nogen væsenlig Grad, saa vilde Farvernes Kontrast altsaa heller ikke ændre sig, og man kunde da regne F for konstant indenfor disse Grændser. Deraf vilde da atter følge, at de for Objekters Synlighed gjældende Love ogsaa vilde have Gyldighed for Opfattelsen af Farve mellem de bestemte Grændser for Belysningen.

Ved Helmholtz' ¹⁾ og Chodins ²⁾ Undersøgelser er det slaaet fast, at Farvernes Lysninger variere saaledes, at blaat og violet, som ved stærk Belysning synes mørkere end rødt og orange, ved en ringe Lysstyrke opfattes som lysere end disse. Nogen Maaling af Lysningsforholdene have de nævnte Forskere ikke foretaget, i al Fald ikke paa en saadan Maade og Udstrækning, at vi kunne benytte deres Bestemmelser. Heller ikke Fraunhofers bekjendte Maalinger over Lysfordelingen i Spektret, ³⁾ i. e. Spektralfarvernes Lysninger, kunne her anvendes, fordi Fraunhofer netop ikke har taget Hensyn til den objektive Lysstyrkes Indflydelse paa Farvernes Lysninger. Jeg har derfor anset det for hensigtsmæssigt at udføre en større Række kvantitative Bestemmelser af disse Forhold.

Da man ved Undersøgelser over Synligheden af Objekters Farve som oftest vil være henvist til at arbejde med Pigmenter, har jeg foretrukket at bestemme disses Lysningsvariationer fremfor Spektralfarvernes, hvorved Resultaterne blive direkte anvendelige. Jeg benyttede de sex Pigmenter, som almindelig antages i Farvefyldte at staa Spektralfarverne nærmest, og som desuden med en enkelt Undtagelse kun forekomme i én bestemt Farvetone paa Grund af deres faste kemiske Sammensætning, nemlig ren Karmin, Cinnober, Blykromat, Zinkkromat, Schweinfurtergrønt og Ultramarinblaat. — Til en Bestemmelse af Pigmentfarvernes Lysninger aabner der sig nu to Veje. Enten kan man bestemme hver enkelt Farves absolute Lysning ved forskjellig Belysning, idet man sammenligner den med en hvid Flade, der modtager Lys fra en særlig Lysgiver, saa at Fladens Belysning nøjagtig kan maales; saaledes gik Fraunhofer til Værks. Eller man kan ved de forskellige Belysninger sammenligne Farverne med en hvid Flade, der belyses af samme Lyskilde som Pigmenterne, men hvis Lysning forandres ved en maalelig Mængde sort. I saa Fald faar man kun de relative Lysninger, men det er ogsaa alt, hvad man har Brug for. Thi Kontrasten af en given Farve mod f. Ex. en sort Grund, er jo kun bestemt derved, om Farven ved en vis Belysning synes mer eller mindre lys i Forhold til Grunden, og staar ikke i nogen-somhelst Forbindelse med det Lysindtryk, som Farven vil være i Stand til at gjøre ved en n -Gange saa stærk Belysning. Da nu tilmed Lysningsforholdene ved de til min Raadighed staaende Apparater lode sig bestemme lettere og nøjagtigere end de absolute Lysninger, maatte jeg foretrække de første.

Pigmenterne bleve bragte paa stærke Kartonpapirs Skiver af Cirkelform med 9^{cm} Diameter. En saadan farvet Skive blev paa et Rotationsapparat befæstet ovenpaa en Kombination af en sort og en hvid Skive med 18^{cm} Diameter. Opgaven var nu den, at finde det Antal, A° , Grader hvidt, som i Forbindelse med $360^\circ \div A^\circ$ sort gav et graat af samme

¹⁾ Pogg. Annal. XCIV, pag. 20.

²⁾ Über die Abhängigkeit der Farbenempfindungen von der Lichtstärke. Jena 1877.

³⁾ Gilberts Ann., Bd. 26. 1817, pag. 297.

Lysning som den betragtede Farves. Dette udførtes saaledes, at en Medhjælper indstillede den hvide Skive til en Sektor af bestemt Størrelse, og efter at Maskinen var sat i Gang, traadte Iagttageren til og afgav sit Skjøn, om den graa Rand eller det farvede Centralparti var lysest. Efter denne Dom varierede Medhjælperen Sektorens Størrelse og noterede denne tilligemed Iagttagere's Dom. Saaledes fortsattes, indtil det største og det mindste Antal Grader hvidt, som endnu forekom Iagttageren af samme Lysning som den forelagte Farve, var fundet. Hertil krævedes næsten altid mindst ti Indstillinger men ofte flere, thi da alle Indstillinger bleve besørgede af Medhjælperen, og Iagttageren altsaa ved Bedømmelsen af Lysningsforholdet ikke havde nogensomhelst fremmed Viden men kun sine umiddelbare Fornemmelser at holde sig til, gjorde han sig af og til skyldig i Selvmodsigelser. Naar f. Ex. en graa Schattering af en vis S sammensætning var vurderet lig Farvens Lysning, saa kunde det hændes, at en lidt mørkere blev angivet som «for lys». Et saadant Tilfælde viser tydeligt, at Vurderingen ikke er sikker, og Iagttagelserne fortsattes derfor, indtil samtlige Udtalelser vare overensstemmende. Disse Forsøg udførtes af tre forskellige Iagttagere med de sex nævnte Farver ved sex forskellige Belysningsgrader. — Belysningen var Dagslys paa fuldstændig klare og skyfri Sommerdage. De forskellige Grader bleve frembragte dels ved at anstille Forsøgene paa belejlige Tider af Dagen — da Observationsværelset vendte lige mod Syd, varierede Belysningen stærkt i Dagens Løb — og dels ved Nedrulning af mørke, tætte Gardiner. Den derved fremkomne Forskjel i Lysstraalernes Indfaldsvinkler blev gjort uskadelig ved at maale Belysningen paa selve de roterende Skiver, saa at den havde nøjagtig den Størrelse, der krævedes, uanset om Forsøgene anstilledes sent paa Eftermiddagen ved fuld Vindusaabning eller midt paa Dagen ved stærkt nedrullede Gardiner. Enkelthederne ved den fotometriske Methode vil det være for vidtløftigt at gaa ind paa her, men jeg tør sige, at der blev naaet al den Nøjagtighed, som der overhovedet kan opnaas med noget af de Fotometre, som hidtil har fundet Anvendelse. Som Belysningsenhed har jeg sat et Normal-Spermacetyllys i 10^m Afstand.

Belysningen = 10000.

	I.		II.		III.		Middel- Værdi.
	Grænser.	M.	Grænser.	M.	Grænser.	M.	
Karmin	90—100	95	80—95	88	90—100	95	93
Cinnober	130—145	138	120—140	130	135—145	140	136
Blykromat	235—250	243	235—255	245	235—245	240	242
Zinkkromat	290—315	303	275—305	290	290—315	303	298
Schweinfurtergrønt . . .	150—160	155	165—180	173	150—170	160	163
Ultramarin	75—85	80	80—90	85	75—90	83	83

Belysningen = 2500.

	I.		II.		III.		Middel- Værdi.
	Grænser.	M.	Grænser.	M.	Grænser.	M.	
Karmin	70—80	75	70—82	76	67—77	72	74
Cinnober	120—135	128	120—140	130	130—155	143	134
Blykromat	215—245	230	220—235	228	220—235	228	229
Zinkkromat	275—300	288	290—300	295	285—305	295	292
Schweinfurtergrønt	135—155	145	125—160	143	140—170	155	148
Ultramarin	55—75	65	60—75	68	55—70	63	65

Belysningen = 490.

	I.		II.		III.		Middel- Værdi.
	Grænser.	M.	Grænser.	M.	Grænser.	M.	
Karmin	85—95	90	90—105	98	85—103	94	94
Cinnober	115—140	128	120—140	130	110—140	125	128
Blykromat	200—225	213	215—230	223	175—195	185	207
Zinkkromat	310—330	320	305—325	315	310—330	320	318
Schweinfurtergrønt	140—160	150	160—180	170	140—155	148	156
Ultramarin	70—90	80	70—90	80	70—90	80	80

Belysningen = 51.

	I.		II.		III.		Middel- Værdi.
	Grænser.	M.	Grænser.	M.	Grænser.	M.	
Karmin	55—75	65	60—85	73	70—80	75	71
Cinnober	115—140	128	110—130	120	100—110	105	117
Blykromat	180—220	200	180—215	198	180—190	185	194
Zinkkromat	305—330	318	305—320	313	300—315	308	312
Schweinfurtergrønt	125—140	133	125—140	133	120—135	128	131
Ultramarin	60—90	75	60—95	78	60—75	68	73

Belysningen = 1,3.

	I.		II.		III.		Middel- Værdi.
	Grænser.	M.	Grænser.	M.	Grænser.	M.	
Karmin	8—12	10	8—12	10	10	10	10
Cinnober	55—65	60	45—60	53	65—75	70	61
Blykromat	90—110	100	100—115	108	85—105	95	101
Zinkkromat	220—240	230	220—240	230	250—265	258	239
Schweinfurtergrønt	140—160	150	140—160	150	170—185	178	159
Ultramarin	85—105	95	90—100	95	85—95	90	93

Belysningen = 0,23.

	I.		II.		III.		Middel- Værdi.
	Grænser.	M.	Grænser.	M.	Grænser.	M.	
Karmin	5—12	9	5—11	8	5—10	8	8
Cinnober	50—65	58	30—45	38	38—45	42	46
Blykromat	110—120	115	100—115	108	90—105	98	107
Zinkkromat	245—265	255	245—265	255	345—255	250	253
Schweinfurtergrønt	160—180	170	170—180	175	160—167	164	170
Ultramarin	85—95	90	100—110	105	92—100	96	97

Under Overskrifterne I, II og III findes Resultaterne af de tre Iagttageres Vurderinger. Tallene angive i Grader Størrelsen af den hvide Sektor, A° , som i Forbindelse med $360^\circ - A^\circ$ sort gav et graat af samme Lysning som den paagjældende Farve. I den første Søjle er der for hver Iagttager givet Sektorens Minimums- og Maximumsværdi, under M Middeltallet af Grænseværdierne. Endelig findes under »Middelværdi» angivet Middeltallet af M for alle tre Iagttagere. — Først og fremmest viser nu en Sammenligning af de tre Iagttageres Grænseværdier, at de individuelle Forskjelle næsten forsvinde ved selve Vurderingens Usikkerhed. Man lærer heraf, at Individier med normal Farvesans — en saadan havde jeg i Forvejen sikret mig hos mine tre Iagttagere — under forskellige Omstændigheder ville vurdere en Farves Lysning omtrent ens. Denne Sætnings Gyldighed bliver endnu sandsynligere ved følgende Betragtning over Talangivelsernes Nøjagtighed. Gjennemsnitlig var 5° den mindste Tilsætning af hvidt, der gav en mærkelig Forskjel i Lysning,

og større Nøjagtighed kan der altsaa ikke paaregnes undtagen ved de meget lave Belysningsgrader, hvor 3° — 4° allerede kunde gjøre en Forskjel. Naar altsaa Grænsen for én Iagttager er 5° for høj, og den samme Grænse for en anden 5° for lav, bliver en Differens paa 10° mulig alene som Observationsfejl, men en større Forskjel iagttages ogsaa kun sjældent for samme Farve ved given Belysning. Heraf følger da, at Middelværdien af alle Iagttageres Angivelser bliver den sandsynligste Værdi for Farvernes Lysningsforhold. For at lette Oversigten over disses Variationer ved de forskjellige Belysningsgrader, har jeg optegnet dem grafisk, idet Lysningsforholdet, angivet ved Gradantallet af den hvide Sektor, er sat som Ordinat, Belysningen som Abscisse. Men da den stærkeste Belysning er omtrent 50 000 Gange saa stor som den svageste, har det ikke været muligt at afsætte Abscisserne i deres rigtige indbyrdes Forhold, og da dette ogsaa er uden stor Betydning for deres Vedkommende, ere de afsatte som aldeles vilkaarlige Længder. I Fig. 11 ere Variationerne viste for gult (Zinkkromat, *Z*), orangegult (Blykromat, *B*) og blaat (Ultramarin, *U*) i Fig. 12 for grønt (Schweinfurtergrønt, *S*), orangerødt (Cinnober, *C*) og rødt (Karmin, *K*). Ser man bort fra de smaa Uregelmæssigheder i Kurvernes Forløb, saa vise Figurerne, at grønt og blaat blive relativt — i Forhold til hvidt ved samme Belysning — lysere, naar Belysningen aftager, alle de andre derimod mørkere. Dette stemmer med, hvad der paa forskjellige Steder i det foregaaende er angivet som Resultat af andres Undersøgelser. Men dernæst vise vore Kurver, at først fra Lysstyrken 51 at regne, hvilket svarer til Belysningen inde i et mod Nord vendende Værelse ved Middagstid paa en mørk, regnfuld Efteraarsdag, begynde Lysningsvariationerne at blive fremtrædende. Heraf drager jeg den Slutning, at de for Objekters Synlighed fundne Love med stor Tilnærmelse ogsaa ville gjælde for Farveopfattelsen ved alle højere Belysningsgrader indtil 10 000, som dog noget nær er den største, der praktisk kan blive Tale om at undersøge, idet den svarer til Belysningen paa en netop i Skygge staaende Gjenstand i et Værelse, hvor Sommersolen ved Middagstid falder ind gennem en stor Vindusaabning. Til experimentalt at prøve Rigtigheden af denne Slutning har jeg imidlertid savnet alle Midler, og maa derfor lade den staa hen som en overmaade sandsynlig men dog ubevist Sætning. Selv Auberts pag. 7 angivne Forsøgsresultater kunne ikke bruges til at prøve Gyldigheden, fordi de af ham anvendte Belysningsgrader ere altfor smaa. Vel ere disse ikke udtrykte i bekjendte Enheder, men af Auberts Fremstilling¹⁾ synes dog at kunne slutes, at hans Maximumsintensitet (25) ikke væsenlig har overskredet den laveste Grænse (51) for Gyldigheden af de omtalte Love.

Til en Forklaring af de Forandringer i Farvetone, som Farverne undergaa ved aftagende Synsvinkel, forekommer følgende Betragtning mig at tjene. Da Nethindebilledets Lysstyrke ved aftagende Synsvinkel stadig formindskes, naar Vinklen fra Begyndelsen kun

¹⁾ Phys. der Netzhaut, pag. 59 og 130.

er ringe (jfr. Lig. 13), saa er det at vente, at Farverne ved aftagende Synsvinkel ville vise ganske de samme Forandringer i Farvetone, som gjøre sig gjældende, naar Synsvinklen er konstant, medens Belysningen synker indtil Umærkelighed. Men en saadan Overensstemmelse synes at finde Sted, idet Auberts Angivelser ret vel stemme med Chodins lagttagelser over Variationerne i Farvetone ved aftagende Belysning.¹⁾ Afvigelserne ere i al Fald ikke større, end at de kunne forklares derved, at disse Forskere have benyttet forskjellige Pigmenter til deres Undersøgelser. Om det saa end er det karakteristiske Omslag fra rosa til gult, saa anfører Chodin en lignende lagttagelse ved stærkt formindsket Belysning²⁾.

Som allerede tidligere berørt, har det ingenlunde været min Hensigt med denne Afhandling at udtømme alle herhen hørende Problemer. Disse rejse sig paa ethvert Punkt i en saadan Mangfoldighed, at det har været forbundet med Vanskelighed at isolere et enkelt af dem, for ved dets Behandling at give en Forestilling om den praktiske Betydning og Anvendelse af Irradiationstheorien. Jeg tror derfor heller ikke at have naaet væsenlig andet, end at antyde Muligheden af en exakt Løsning af flere af de fysiologiske — eller vel rettere psykofysiske — Problemer, som, forlængst rejste, have maattet hvile i aarevis, fordi de ere saa komplicerede, at de ikke kunne løses ad ren experimental Vej. Men det er mit Haab, at det skal lykkes mig at gennemføre en Undersøgelse paa i det mindste nogle af disse Punkter.

¹⁾ Über die Abhängigkeit der Farbenempfindung von der Lichtstärke, pag. 6 ff.

²⁾ Anf. Skrift, pag. 13.



Essai d'une explication de l'influence de l'angle visuel sur la perception de la lumière et des couleurs par la vision directe.

Par

Alfr. Lehmann.

L'expérience a montré que l'angle visuel sous lequel un objet non coloré, clair ou obscur, devient invisible dépend en partie de l'intensité de l'illumination, en partie du contraste entre l'objet et le fond, de sorte que, toutes choses égales d'ailleurs, l'angle visuel est d'autant plus petit que l'objet est plus fortement éclairé. D'après MM. Plateau et Aubert, il en est de même des couleurs, une couleur donnée sur un fond donné pouvant être perçue sous un angle visuel d'autant plus petit que l'éclairage est plus intense. Par contre, on n'a jamais trouvé de formule pour le rapport qui lie ces deux variables, les divers essais faits dans ce sens ayant donné des résultats divergents. Cet insuccès est dû sans doute à la circonstance que l'accommodation de l'œil et d'autres facteurs du même ordre compliquent tellement les recherches de ce genre, que des nombres ainsi trouvés on ne peut déduire une loi qui embrasse tous les cas. On doit donc pouvoir obtenir un meilleur résultat en procédant théoriquement, je veux dire en cherchant à calculer la dispersion produite sur la rétine par l'irradiation de la lumière. Cela demande tout d'abord une étude de l'irradiation. En supposant que la dispersion d'un rayon lumineux se fait suivant un cercle, et que l'intensité de la lumière, dans ce cercle, décroît uniformément du centre à la circonférence, j'ai constaté par le calcul que les lois établies expérimentalement par MM. Plateau, Volkmann et Aubert sont exactes, et que le désaccord qu'elles présentent n'est qu'apparent. J'ai en effet, pour les objets clairs sur un fond obscur, trouvé les lois suivantes:

1) Pour les objets vus sous un angle visuel d'une grandeur telle que leur image idéale, c.-à-d. l'image non irradiée, est plus grande que le diamètre du cercle de dispersion, l'accroissement de l'irradiation, pour un œil donné avec une certaine accommodation, est constant quel que soit l'angle visuel, aussi longtemps que le rapport $\frac{\alpha}{i}$ entre l'éclat du fond et celui de l'objet est constant.

2) Si le rapport $\frac{\alpha}{i}$ décroît, soit que i croisse tandis que α est constant, ou que α décroisse tandis que i est constant, l'accroissement de l'irradiation augmente, et le contraire a lieu si $\frac{\alpha}{i}$ croît.

3) Pour les objets vus sous un angle visuel d'une petitesse telle que l'étendue linéaire de leur image idéale est plus petite que le diamètre du cercle de dispersion, l'accroissement de l'irradiation, en supposant le rapport $\frac{a}{i}$ constant, augmente avec les valeurs décroissantes de l'angle visuel, de manière que la grandeur apparente de l'objet reste constante.

Si maintenant on adopte l'hypothèse, en soi assez vraisemblable, émise par M. Aubert, qu'un objet cesse d'être visible lorsque la quantité de lumière dispersée dans l'image apparente tombe au-dessous d'un certain minimum, on pourra, à l'aide des lois de l'irradiation, calculer une formule qui exprime le rapport entre l'intensité de l'illumination et l'angle visuel minimum sous lequel un objet présentant avec le fond un certain contraste peut encore être vu. En remplaçant l'angle visuel et l'intensité de l'illumination respectivement par les distances de l'œil et du luminaire à l'objet, on trouve que la formule de M. Ricco: $sa = s_1a_1$, où s et s_1 sont les distances de l'œil et a , a_1 celles du luminaire, est exacte pour les grandes distances. Elle cesse d'être applicable pour les petites valeurs de s et de s_1 , mais on trouve alors :

$$s_1a_1^2(s_1 - 4cs) = s^2a^2(1 - 4c),$$

où les lettres ont la même signification que ci-dessus, et c est une constante déterminée par la formule :

$$c = \frac{s^2a^2 - s_1^2a_1^2}{4(s^2a^2 - ss_1a^2)},$$

où a , a_1 et s , s_1 doivent être déterminés par l'expérience en cherchant les valeurs de s , s_1 qui correspondent à des valeurs données de a et de a_1 .

J'ai vérifié expérimentalement l'exactitude de ces formules. Il est en même temps très probable qu'elles doivent pouvoir servir pour la perception des couleurs, lorsque l'illumination n'est ni trop forte ni trop faible, et ces limites ont été trouvées.

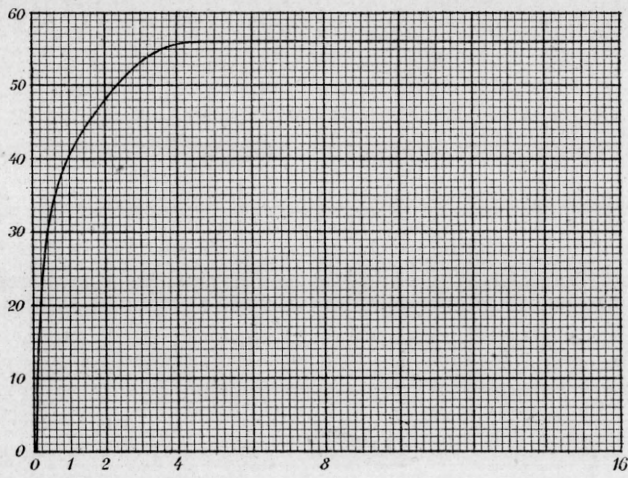


Fig. 7.

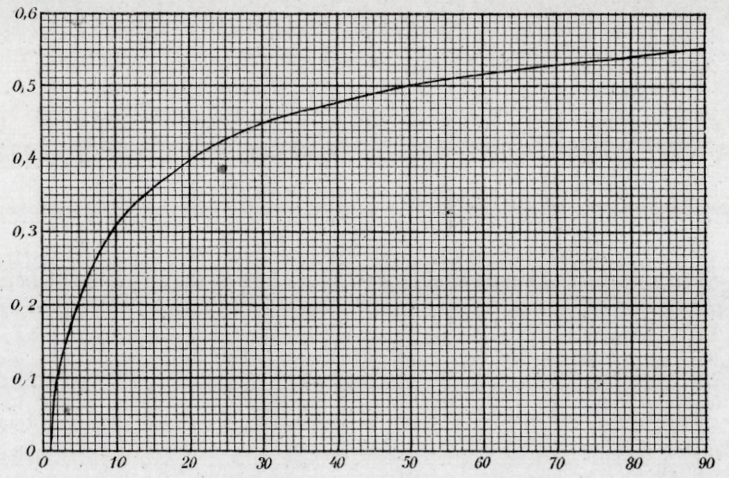


Fig. 8.

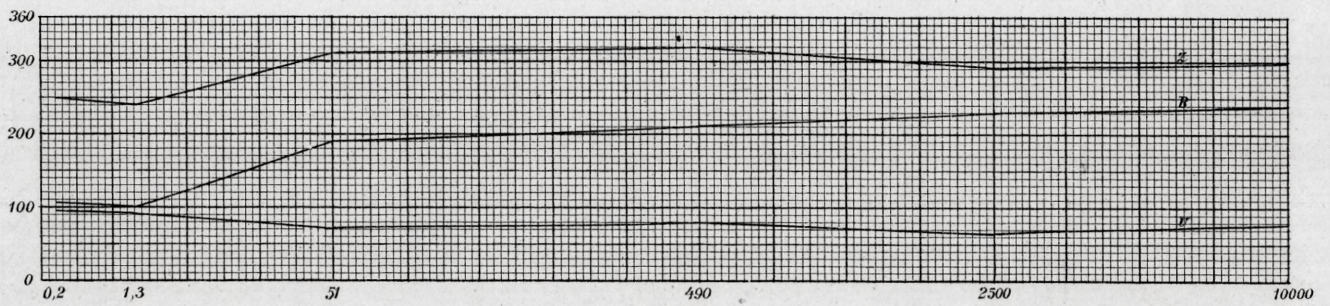


Fig. 11.

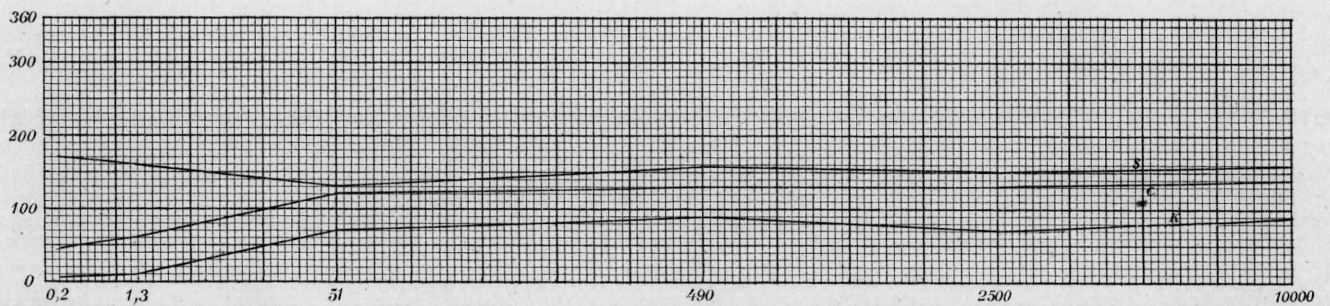


Fig. 12.